Esercizio 1. Sia $f(x) = \ln|e^x - 2|$.

a) Calcolare i limiti di f agli estremi del suo insieme di definizione.

b) Calcolare $f'(x)$ (dove esiste) e studiare la monotonia di f.

c) Disegnare il grafico di f e specificare il numero degli zeri di f.

d) Determinare lo sviluppo di McLaurin di ordine 2 di f e calcolare, al variare del parametro reale α,

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x^\alpha}$$

Esercizio 2. Si consideri la funzione

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{x^2 \arctan y}{\sqrt{x^2 + \arctan^2 y}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ k & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

a) Stabilire se f è continua dove è definita.

b) Studiare la differenziabilità di f in (0,0).

c) Se esiste, calcolare $\dfrac{\partial f}{\partial y}(1,1)$.

Esercizio 3. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_0^x \frac{\arctan t - \pi/4}{\sqrt[5]{2t - \sin t - \arctan t}\, \log|t|}\, dt$$

1) tenendo presente la teoria degli integrali impropri, determinarne l'insieme di definizione;

2) determinarne l'insieme di derivabilità;

3) calcolarne i limiti agli estremi dell'insieme di definizione.