

Esercizio 1. Sia

$$f(x) = \begin{cases} a \frac{\cos x - 1}{x} & \text{se } x > 0 \\ b + \ln(1+x) & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

- i) Determinare per quali valori dei parametri reali a e b la funzione f risulta continua nel suo insieme di definizione I .
- ii) Calcolare $f'(x)$ per $x \in I$, $x \neq 0$.
- iii) Determinare per quali valori dei parametri reali a e b esiste $f'(0)$.
- iv) Al variare dei parametri reali a e b , calcolare i limiti di f agli estremi del suo insieme di definizione.

Esercizio 2. Data l'equazione differenziale

$$y'''(x) + 3y'(x) = \sin x + 2 \cos x$$

- 1) Determinare 3 soluzioni linearmente indipendenti dell'equazione omogenea associata.
- 2) Determinare l'integrale generale dell'equazione data.
- 3) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione data tali che $y(0) = 1$.

Esercizio 3. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_2^x \frac{t \sqrt[3]{t-1}}{(e^t - 1) \log |t|}$$

- a) determinarne l'insieme di definizione;
- b) determinarne l'insieme di derivabilità;
- c) studiarne i limiti agli estremi dell'insieme di definizione.