**Esercizio 1.** Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$x \arctan x - \ln(1 + x^2) + \alpha x^4 \qquad (\text{con } \alpha \in \mathbb{R})$$

1) Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione $f$ è infinitesima per $x \to 0$.
2) Per i valori di $\alpha$ di cui al punto 1), determinare (se esiste) l'ordine di infinitesimo di $f$ per $x \to 0$.
3) Posto $\alpha = 0$, calcolare (se esiste) $\lim_{x \to +\infty} f(x)$; nel caso tale limite valga $+\infty$ oppure $-\infty$, determinare inoltre (se esiste) l'ordine di infinito di $f$ per $x \to +\infty$.

**Esercizio 2.** Data la funzione

$$f(x, y) := \begin{cases} \dfrac{e^{xy} - 1}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } x > 0, \\ \\ \sqrt{1 - \cos(xy)} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

1) stabilire se $f$ è continua in $(0, 0)$;
2) stabilire se esistono le derivate parziali di $f$ in $(0, 0)$ ed in caso affermativo calcolarle;
3) stabilire se esiste la derivata direzionale $(\partial f / \partial Q)(0, 0)$ essendo $Q$ il vettore $(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$ ed in caso affermativo calcolarla;
4) stabilire se $f$ è differenziabile in $(0, 0)$;
5) stabilire se $f$ è continua in $(0, 1)$.