

Esercizio 1. Sia f la funzione di variabile reale definita da

$$f(x) := \begin{cases} \frac{x+a}{\ln x} & \text{se } x > 1 \\ b \arctan x + c & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$$

essendo a, b, c costanti reali.

- 1) È vero che f è di classe C^1 sia in $(1, +\infty)$ che in $(-\infty, 1)$? Se sì, perché?
- 2) Stabilire per quali valori di a, b, c (se ce ne sono) f è continua in \mathbb{R} ;
- 3) stabilire per quali valori di a, b, c (se ce ne sono) f è derivabile in \mathbb{R} .

Esercizio 2. Siano date le funzioni

$$g(t) := \frac{t\sqrt{|\ln|t||} \sin(1/t)}{e^t - e}, \quad f(x) := \int_1^x g(t) dt$$

- 1) Sulla base della teoria degli integrali impropri, determinare l'insieme di definizione della funzione f ;
- 2) determinare l'insieme di derivabilità di f ;
- 3) studiare l'esistenza o meno dei limiti di f agli estremi del suo insieme di definizione precisando, in caso di esistenza, se tali limiti sono reali o no.