

**Esercizio 1.** Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_2^x \frac{\log |t|}{(t^2 - t)\sqrt[3]{t-3}} dt$$

- tenendo presente la teoria degli integrali impropri, determinarne l'insieme di definizione;
- determinarne l'insieme di derivabilità; dove esiste, calcolare  $f'(x)$  e studiare la monotonia di  $f$ ;
- studiarne i limiti agli estremi dell'insieme di definizione.

**Esercizio 2.** Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = xy(x)[y(x) - 3], \\ y(0) = k \end{cases}$$

- verificare per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  esiste un'unica soluzione;
- determinare le soluzioni del problema per  $k = 3$  e per  $k = 2$ .

**Esercizio 3.** Sia  $g(x) = \arctan(1 - e^x)$

- Trovare lo sviluppo di McLaurin di  $g$  di ordine 2.
- Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) + x}{x^2}$ .

Sia

$$f(x) = \begin{cases} \frac{g(x)}{|x|} & \text{se } x < 0 \\ e^{\arctan x} - k - x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

- Al variare del parametro reale  $k$  studiare la continuità di  $f$ .
- Al variare del parametro reale  $k$  studiare la derivabilità di  $f$ .