

Esercizio 1. Sia f la funzione di variabile reale definita da

$$f(x) := \ln(e^x - e^{\sqrt{x}})$$

- 1) [p. 3] Determinare il dominio D di f e stabilire se f è derivabile in D ;
- 2) [p. 3] calcolare (se esistono) i limiti di f negli estremi di D ;
- 3) [p. 1] determinare tutti gli eventuali asintoti verticali di f ;
- 4) [p. 1] determinare tutti gli eventuali asintoti orizzontali di f ;
- 5) [p. 4] determinare tutti gli eventuali asintoti obliqui di f ;
- 6) [p. 3] studiare la monotonia di f .

Esercizio 2. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{\sin y(x)}{\cos y(x)} \arcsin x \\ y(0) = k \end{cases}$$

- 1) [p. 1] stabilire di che tipo è l'equazione differenziale;
- 2) [p. 4] determinare per quali valori del parametro reale k (se ne esistono) il problema ha una ed una sola soluzione in un intorno del punto iniziale;
- 3) [p. 6] determinare le eventuali soluzioni nel caso $k = \pi/4$ (in un generico intorno del punto iniziale);
- 4) [p. 4] determinare le eventuali soluzioni nel caso $k = \pi$, precisando il più grande intervallo dove sono definite.