

Esercizio 1. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_{-1}^x \frac{\log|t|}{t^2 + 2t - 3} dt$$

- a) [p. 4] alla luce della teoria degli integrali impropri, determinare l'insieme di definizione di f ;
- b) [p. 3] determinare l'insieme di derivabilità di f ;
- c) [p. 2] studiare i limiti di f agli estremi del suo intervallo di definizione;
- d) [p. 3] studiare crescita e decrescita della funzione ed eventuali punti di massimo o di minimo (relativo o assoluto);
- e) [p. 3] calcolare l'ordine di infinitesimo della funzione nel punto -1.

Esercizio 2. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) := \begin{cases} \sin(1/x) - \pi/(\pi x + 1) & \text{se } x > 1/\pi \\ \alpha - \sin(\pi^2 x) + \pi^2 x/4 & \text{se } x \leq 1/\pi \end{cases}$$

essendo α un parametro reale.

- a) [p. 5] Stabilire per quali valori reali di α (se ne esistono) la funzione f è continua in \mathbb{R} ;
- b) [p. 5] stabilire per quali valori reali di α (se ne esistono) la funzione f è derivabile in \mathbb{R} ;
- c) [p. 5] calcolare (se esiste) l'ordine di infinitesimo di f per $x \rightarrow +\infty$. [Suggerimento: dato che $\lim_{x \rightarrow +\infty} 1/x = 0$, può essere utile la formula di Mac Laurin per la funzione seno].