

Esercizio 1. Data la successione

$$a_n := \arctan(-6 + 5n - n^2) \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

- a) stabilire se essa è: limitata, convergente, crescente, decrescente;
- b) stabilire se esistono, ed in caso affermativo calcolare, le quantità:

$$\sup\{a_n : n \in \mathbb{N}\}, \inf\{a_n : n \in \mathbb{N}\}, \lim_n a_n, \max\{a_n : n \in \mathbb{N}\}, \min\{a_n : n \in \mathbb{N}\}.$$

Esercizio 2. Data la funzione

$$f(x) = \frac{3}{e^{-3x+1} - 1} + 1$$

- 1) Determinare l'insieme di definizione I di f e calcolarne i limiti agli estremi di I .
- 2) Dove esiste, calcolare $f'(x)$ e studiare la monotonia di f .
- 3) Disegnare il grafico di f .

Data la funzione

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{se } x \geq 0 \\ a + b \sin x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Determinare per quali valori dei parametri reali a, b la funzione g risulta derivabile in $x_0 = 0$.

Esercizio 3. Siano $g(x) = e^{-2x} + e^{2x} - 2 + \arctan 3x$ e $f(x) = \sin(e^{-x} - 1)$

Scrivere gli sviluppi di McLaurin di f e di g di ordine 3 e calcolare, al variare del parametro reale λ il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) + g(x) + \lambda x - 9x^2/2}{x^3}$$