

**Esercizio 1.** Sia  $f$  la funzione di una variabile reale, a valori in  $\mathbb{R}$ , definita da

$$f(x) := x - e^{1/x}$$

- a) Determinare il dominio  $D$  di  $f$ ;
- b) è vero che  $f$  è di classe  $C^\infty$  su  $D$ ?
- c) Calcolare (se esistono) i limiti di  $f$  in  $+\infty$  ed in  $-\infty$ , ed i limiti destro e sinistro di  $f$  negli eventuali  $x_0 \in \mathbb{R} \setminus D$ ;
- d) studiare la monotonia di  $f$ . È vero che  $f$  è monotona in  $D$ ?
- e) Stabilire se esistono zeri di  $f$  ed in caso affermativo stabilire quanti sono;
- f) studiare concavità e convessità di  $f$ , determinandone anche gli eventuali punti di flesso.

**Esercizio 2.** Data la funzione

$$f(x) := \begin{cases} (x+1)\left(\frac{\pi}{2} + \arctan(1/x)\right) & \text{se } x < 0 \\ a & \text{se } x = 0 \\ b(1 - \cos x + \sin x) & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

- 1) determinare, se possibile, i parametri reali  $a, b$  in modo che  $f$  sia continua nel suo insieme di definizione;
- 2) determinare, se possibile, i parametri reali  $a, b$  in modo che  $f$  sia derivabile nel suo insieme di definizione;
- 3) stabilire se per qualche valore dei parametri reali  $a, b$  la funzione è di classe  $C^1(\mathbb{R})$ .