

**Esercizio 1.** Al variare del parametro reale  $\alpha$  siano date le funzioni  $f_\alpha$  definite da

$$f_\alpha(x) = x - \alpha + xe^{\alpha x^2}$$

Rispondere a tutte le domande al variare del parametro  $\alpha$ :

- determinare l'insieme di definizione di  $f_\alpha$ ;
- determinare gli eventuali limiti agli estremi di esso;
- determinare gli eventuali punti di massimo o minimo relativo e assoluto;
- determinare l'eventuale esistenza, numero e segno degli zeri di  $f_\alpha$ .

**Esercizio 2.** Siano  $a, b: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  le due successioni definite da

$$a_n = \sin \frac{\pi}{2(n+1)} + \frac{2n}{n^2 + n + 1}, \quad b_n = 1 + (-1)^{n+1} \frac{1}{n+1} \quad \text{per ogni } n \in \mathbb{N}.$$

- Stabilire se  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  è monotona.
- Stabilire se  $(a_n)_{n \in \mathbb{Z}_+}$  è monotona.
- Determinare, se esiste, il  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ .
- Determinare  $\sup\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ ,  $\inf\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$  e, se esistono,  $\max\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$  e  $\min\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ .
- Determinare, se esiste, il  $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n$ .
- Stabilire per quali  $n \in \mathbb{N}$  vale  $a_n < b_n$ .