. **Esercizio 1.** Siano α, β costanti reali; si consideri la funzione

$$f(x) := \begin{cases} \alpha + \arctan(1/x) & \text{se } x < 0, \\ 0 & \text{se } x = 0, \\ x^2 \sin(1/x) & \text{se } 0 < x \leq 1/(2\pi), \\ \beta - x & \text{se } x > 1/(2\pi) \end{cases}$$

a) Trovare, se esistono, i valori α, β per i quali la funzione è continua in $\mathbb{R}$;

b) per i valori di α, β di cui al punto precedente, studiare la derivabilità della funzione.

Esercizio 2. Sia

$$f(x) = \ln^2(1 + x^3) - 2$$

1) Determinare l'insieme di definizione di f e calcolare i limiti di f agli estremi di esso;

2) dove esiste, calcolare $f'(x)$;

3) studiare la monotonia di f e determinare, se esistono, massimo e minimo assoluti di f;

4) determinare il numero di zeri di f.

Esercizio 3.

1) Applicando opportunamente gli sviluppi di Taylor, calcolare, al variare del parametro reale α, il seguente limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\sin 2x - 1 + e^{-2x}}{x^\alpha}$$

2) Calcolare l'ordine di infinitesimo per $x \to 0^+$ della funzione

$$g(x) = \sin 2x - 1 + e^{-2x} + \lambda x^2$$

al variare del parametro reale λ.