

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) := \log(\log x) - \frac{1}{|\log(\log x)|}$$

- a) determinarne l'insieme di definizione;
- b) calcolare i limiti di f agli estremi dell'insieme di definizione;
- c) determinare gli eventuali intervalli in cui f è crescente o decrescente;
- d) determinare il segno di f , i suoi eventuali zeri e disegnarne il grafico.

Esercizio 2. Date le funzioni $f(x) = e^{-x^2} - \ln(1 + x^2) - 1$ e $g(x) = 2 \sin x^2$

- a) Sviluppare con la formula di McLaurin di ordine 4 la funzione f e con la formula di McLaurin di ordine 6 la funzione g .
- b) Trovare l'ordine di infinitesimo di $f(x) + g(x)$ per $x \rightarrow 0^+$.
- c) Calcolare, al variare del parametro reale α , $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)+g(x)}{x^\alpha}$.

Esercizio 3. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x)}{x} & \text{se } x < 0 \\ e^{\sin x} - bx + a & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

- 1) Determinare l'insieme di definizione di f .
- 2) Studiare la continuità nel punto $x_0 = 0$.
- 3) Studiare la derivabilità nel punto $x_0 = 0$.