Esercizio 1. Sia $f(x) = \dfrac{|x|e^x - 1}{x}$.
(a) Determinare il dominio I di f e calcolare i limiti di f agli estremi di I.
(b) Determinare quanti sono gli zeri di f.
(c) Studiare la monotonia di f.
(d) Provare che f è invertibile in un intorno di $x_0 = 1/2$ e scrivere la retta tangente al grafico della funzione inversa in $(f(1/2), 1/2)$, se esiste.

Esercizio 2. Si consideri la funzione:

$$f(x,y) = x^2 + kxy + y^4 + x$$

(a) [4 p.ti] È possibile determinare $k \in \mathbb{R}$ in modo tale che la funzione abbia in $P = (1,3)$ un punto di minimo o di massimo locale?
(b) [2 p.ti] Sia $k = 0$. Stabilire se la funzione è limitata nell'insieme

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^2, -1 < x < 2\}.$$

(c) [4 p.ti] Sia $k = -1$. Studiare per quali valori positivi del parametro reale α la funzione:

$$g(x,y) = \frac{f(x,y)}{(x^2+y^2)^\alpha}$$

è prolungabile per continuità in $(0,0)$.

Esercizio 3. Per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ si consideri la funzione $f_\alpha(x) = \log(1+x) + \alpha(\cos x - e^{\sin x})$.
(a) [p.ti 4] Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, determinare il primo termine non nullo dello sviluppo McLaurin di f_α.
(b) [p.ti 4] Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ esiste finito l'integrale

$$\int_0^1 \frac{f_\alpha(x)}{x^{5/3}(\tan x)^\alpha} \mathrm{d}x\,.$$

(c) [p.ti 2] Stabilire se esiste finito l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\log(1+x)}{x^{5/3}} \mathrm{d}x\,.$$