

Esercizio 1. È data la seguente funzione:

$$f(x) = \ln[(k-1)x] + kx, \quad k \in \mathbb{R}.$$

- a) Determinare l'insieme di definizione di f al variare di $k \in \mathbb{R}$.
- b) Stabilire il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = 0$ al variare di $k \in \mathbb{R}$.
- c) Sia $k = 2$. Calcolare, se esiste, $(f^{-1})'(2)$.

Esercizio 2. È data la seguente funzione integrale:

$$y(x) = \int_{1/2}^x \frac{\ln |t|}{t^2(t-1)} dt.$$

- a) Tracciare il grafico di y , precisandone: dominio, limiti agli estremi, insieme di derivabilità, monotonia.
- b) Determinare, se esiste, un maggiorante di y in $[1/2, +\infty)$.

Esercizio 3. Data la funzione

$$\phi(x) := \frac{\sin(x^2) - \sin^2 x}{\tan x - \lambda \arctan x}$$

- a) verificare che, per ogni $\lambda \in \mathbb{R}$, la funzione è definita almeno in un intorno bucato di 0;
- b) determinare l'eventuale ordine di infinitesimo, per $x \rightarrow 0$, della funzione ϕ al variare del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$.