

**Esercizio 1.** Si consideri la funzione

$$g(x) := \arcsin\left(\frac{x}{1+x}\right) - \sqrt{1+2x}$$

- a) Tracciare un grafico qualitativo di  $g$ , precisando insieme di definizione, limiti agli estremi ed eventuale monotonia.
- b) Stabilire se  $g$  è invertibile nel suo insieme di definizione e, in caso negativo, determinare gli eventuali sottoinsiemi in cui sia invertibile. Calcolare poi  $(g^{-1})'(\pi/6 - \sqrt{3})$ .

**Esercizio 2.** Sia

$$A := \{y \in \mathbb{R} : y = \sqrt{(n-1)/(n+3)}, n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$$

Determinare  $\inf A$ ,  $\sup A$  e stabilire se  $A$  ammette massimo e/o minimo.

Data la funzione

$$f(x) := \begin{cases} e^{-1/x} + a \log(2+x), & x > 0 \\ b \sin(1/x) + \cos(x^2), & x < 0 \end{cases}$$

- a) determinare, se possibile, le costanti reali  $a$ ,  $b$  in modo che la funzione sia prolungabile per continuità in 0;
- b) determinare, se possibile, i parametri reali  $a$ ,  $b$  in modo che la funzione, prolungata per continuità in 0 come nella domanda a), sia derivabile in 0.

**Esercizio 3.** Sia

$$v(x) := \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{x \sin(1/\sqrt{2x})}$$

- a) Dopo aver determinato il dominio di  $v$ , calcolare, se esiste,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} v(x)$ .
- b) Calcolare, dove esiste,  $v'(x)$ .