Esercizio 1. Si consideri la seguente equazione differenziale:

$$y''(x) + 4ky'(x) + y(x) = f(x),\ \ k \in \mathbb{R}$$

a) Sia $f(x) = 0$. Determinare, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui tutte le soluzioni dell'equazione sono infinitesime per $x \to +\infty$.
b) Sia ora $f(x) = \cos x$. Determinare, se esistono, i valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali esistono soluziooni limitate in $\mathbb{R}$.

Esercizio 2. È data la seguente funzione di variabile reale:

$$f(x) := \ln(k|x| + 1) + kx - k,\ \ k \in \mathbb{R}$$

a) Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = 0$ al variare di k in $\mathbb{R}$.
b) Sia ora $k = 1$. Calcolare, se esiste, $(f^{-1})'(\ln 2)$ e precisare un intorno di $y_o = \ln 2$ in cui f^{-1} è definita e derivabile.

Esercizio 3. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_1^x \frac{1}{\sqrt{|\pi/4 - \arctan t|}\ \sqrt[3]{t + \sqrt{2(1-\cos t)}}}\, dt$$

a) secondo la teoria degli integrali impropri, determinarne l'insieme di definizione;
b) determinarne l'insieme di derivabilità;
c) studiarne i limiti agli estremi dell'insieme di definizione.