

Esercizio 1. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = [1 + y^2(x)] \max\{x, \sin x\} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

- stabilire se esso ha una ed una sola soluzione in un intorno del punto iniziale;
- in caso affermativo, determinare la soluzione, precisando anche il più grande intervallo in cui essa è definita.

Esercizio 2. Si consideri la funzione:

$$f(x) := \int_{1/2}^x \frac{e^t - 1}{\sqrt[3]{t^2(|t| - 3)}} dt.$$

- Tracciare il grafico di f dopo averne determinato dominio, insieme di continuità e derivabilità. limiti agli estremi, monotonia ed eventuali punti di massimo e minimo relativi.
- Stabilire se f è invertibile nell'intervallo $]0, 3[$ ed in caso affermativo, detta f^{-1} tale inversa, calcolare, se esiste, $(f^{-1})'(0)$.

Esercizio 3. Si consideri la funzione di due variabili reali:

$$h(x, y) = (x^2 + y^2)^{3/2} e^{1-(x^2+y^2)}.$$

- Determinare, se esistono, i punti di massimo e minimo relativi ed assoluti di h in \mathbb{R}^2 .
- Calcolare, se esiste

$$\lim_{(x,y) \rightarrow \infty} h(x, y).$$