

**Esercizio 1.** Data la funzione

$$f(x) := \sqrt{\sin(x^2) - \sin^2 x}$$

- stabilire se essa è definita in un intorno bucato di 0;
- in caso affermativo, stabilire se essa è infinitesima per  $x \rightarrow 0$ ;
- in caso affermativo, determinarne (se esiste) l'ordine di infinitesimo.

**Esercizio 2.** Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) := x e^{-kx^2} + x + k, \quad k \in \mathbb{R}.$$

- Determinare il numero ed il segno degli eventuali zeri di  $f$  al variare del parametro  $k \leq 0$ .
- Determinare il numero ed il segno degli eventuali zeri di  $f$  al variare del parametro  $k > 0$ .

**Esercizio 3.** È data la funzione:

$$g(x) = \begin{cases} -2 + \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x} & \text{se } x > -1, x \neq 0 \\ \beta & \text{se } x = 0 \\ \log_{1/3}(2-x) & \text{se } x \leq -1 \end{cases}.$$

- Determinare, se esistono, i valori di  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  per cui  $g$  risulta continua nel suo dominio;
- determinare, se esistono, i valori di  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  per cui  $g$  risulta derivabile nel suo dominio.
- Siano  $\alpha = \beta = 3$ . Stabilire se  $g$  è invertibile nel suo dominio e calcolare, se esiste,  $(g^{-1})'(1)$ .