Esercizio 1. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_1^x \frac{\sqrt[3]{(\arctan t) \log |t|}}{(t^2 - 1)[\log(1 + |t|) + |t|]} dt$$

- a) determinarne l'insieme di definizione;
- b) determinarne l'insieme di derivabilità;
- c) studiare i limiti della funzione agli estremi dell'insieme di definizione.

Esercizio 2. È dato il problema differenziale

$$\begin{cases} y(x)y'(x) = \sqrt{x^2 - 1} \\ y(x_0) = y_0, \end{cases} \quad x_0, y_0 \in \mathbb{R}$$

- a) Determinare, giustificando la conclusione, i valori di $x_0, y_0 \in \mathbb{R}$ ($y_0 \neq 0$) per cui il problema ha una ed una sola soluzione;
- b) per $y_0 = 0, x_0 = 2$ calcolare, se esiste, la soluzione del problema;
- c) per $y_0 = 1, x_0 = -2$ calcolare, se esiste, la soluzione del problema.

Esercizio 3. Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) := \sin x + \cos(ax) - e^{bx} \quad (a, b \in \mathbb{R})$$

- a) Per $a = 3, b = 2$ approssimare f con un polinomio P di secondo grado e determinare un intervallo, centrato in $x_0 = 0$, in cui $|f(x) - P(x)| \leq 1/10$;
- b) determinare i valori di $a, b \in \mathbb{R}$ per cui $f(x) \rightarrow 0$ (per $x \rightarrow 0$) di ordine 2.