

**Esercizio 1.** Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_0^x \frac{\sqrt[3]{e^t - 1} \log |t|}{(t^2 + t - 2)\sqrt{|t| - \log(1 + |t|)}} dt$$

- determinarne l'insieme di definizione;
- determinarne l'insieme di derivabilità;
- studiarne i limiti agli estremi dell'insieme di definizione.

**Esercizio 2.** Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = e^{y^2(x)} \log(1 + |x|)/y(x), \\ y(\alpha) = 1 \end{cases}$$

- stabilire per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  (se ce ne sono) il problema ha una ed una sola soluzione in intorno del punto iniziale;
- nel caso  $\alpha = -1$ , determinare la soluzione (o le soluzioni).

**Esercizio 3.** È data la seguente equazione:

$$\frac{1}{\sqrt{5 - e^x}} = k e^x + k, \quad k \in \mathbb{R}.$$

- Determinare il numero delle eventuali soluzioni dell'equazione al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ .
- Stabilire se la funzione  $g : (-\infty, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{5 - e^x}} - \frac{1}{4}(e^x + 1)$  è invertibile e calcolare, se esiste,  $(g^{-1})'(0)$ .