

Esercizio 1. Si consideri la seguente funzione di variabile reale:

$$f(x) = (e^{x^2} - \cos^2 x) \sin^2 x$$

- 1) Calcolare il polinomio di Mac Laurin di grado 8 di f ;
- 2) valutare l'errore che si commette approssimando f con $p(x) = 2x^4$ in $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.

Esercizio 2. Data la seguente funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2(e^{x-1} - 1)}{x^2 + y^2 - 2x + 1} & \text{se } (x, y) \neq (1, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (1, 0) \end{cases}$$

- 1) stabilire se è continua in $(1, 0)$;
- 2) stabilire se è differenziabile in $(1, 0)$;
- 3) calcolare l'equazione del piano tangente al grafico di f , se esiste, nel punto $(1, 1, f(1, 1))$.

Esercizio 3. Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x[4 + y(x)]^2}{\sqrt{1 + x^2}} \\ y(0) = k \end{cases}$$

- 1) stabilire per quali valori del parametro reale k (se ce ne sono) il problema ha una ed una sola soluzione in un intorno del punto iniziale;
- 2) se esiste, determinare la soluzione (o le soluzioni) per $k = 0$ e per $k = -4$, precisando il più grande intervallo in cui esse sono definite.