**Esercizio 1.** Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{3}{2}\,\dfrac{x^2}{1+|y(x)|} \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

a) stabilire per quali valori di $\alpha$ (se esistono) è applicabile il teorema di esistenza ed unicità locale;

b) per $\alpha = 0$ dedurre dall'equazione il segno della soluzione a destra ed a sinistra di $x_o = 0$;

c) sempre per $\alpha = 0$ determinare una soluzione del problema, precisandone il dominio.

**Esercizio 2.** È data la seguente funzione di variabile reale:

$$f(x) = \begin{cases} x^2\, e^{1-x} & \text{se } x \geq 0 \\ \dfrac{e^{\sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x^2}} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

a) Tracciare il grafico di $f$;

b) calcolare, se esiste, l'area della regione di piano compresa tra il grafico di $f$ e l'asse $x$;

c) tracciare il grafico di $y(x) = \displaystyle\int_{-1}^{x} f(t)\,dt$, precisandone il dominio, l'insieme di derivabilità e la monotonia.

**Esercizio 3.** Data la funzione

$$f(x,y) := \frac{(\arctan x)\log(1+|y|)}{(x^2+3y^2)\log(x^2+y^2)}$$

a) determinarne e disegnarne l'insieme di definizione;

b) stabilire se la funzione è prolungabile per continuità nell'origine;

c) se la funzione è prolungabile per continuità nell'origine, stabilire se la funzione così prolungata è differenziabile in tale punto.