Esercizio 1. Sia data la funzione $f(x,y) := |x| + \sqrt{3}|y|$.
a) Stabilire dove è definita, continua, derivabile;
b) determinare, se esistono, i punti di massimo e minimo relativo di f nel suo insieme di definizione;
c) determinare, se esistono, i punti di massimo e minimo assoluto di f nell'insieme

$$T := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x \geq 0, \ y \leq 0, \ x^2 + y^2 \leq 9\}$$

Esercizio 2. Si consideri l'equazione differenziale:

$$y''(x) + k\,y'(x) + 9\,y(x) = f(x), \quad k \in \mathbb{R}, \ f \text{ nota}$$

a) Se $f(x) = \sin x$, determinare per quali valori di $k \in \mathbb{R}$, se esistono, tutte le soluzioni dell'equazione data sono limitate in $(-\infty, +\infty)$.
b) Se $k = 6$ ed $f(x) = e^{-3x}$, calcolare l'integrale generale dell'equazione differenziale.
c) Se $k = 0$ ed $f(x) = \sin x + \cos 3x$, calcolare tutte le soluzioni dell'equazione tali che $y(0) = y'(0) = 0$.

Esercizio 3. Si consideri la seguente funzione di variabile reale:

$$f(x) := \sin[\ln(1+x)] - \sin x + \lambda\, x^2$$

a) Determinare l'ordine di infinitesimo di f per $x \to 0^+$ al variare del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$.
b) Sia ora $g(x) = [f(x)]^{1/x}$.
Per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$, se esistono, la funzione g è definita in un intorno bucato del punto $x_o = 0$?