

**Esercizio 1.** Si consideri la seguente funzione di variabile reale:

$$f(x) := \int_0^x \frac{e^{-t}}{\sqrt{kt + e^t}} dt, \quad k \in \mathbb{R}.$$

- a) Determinare il dominio di  $f$  al variare di  $k \in \mathbb{R}$ .
- b) Sia  $k = -e$ . Tracciare il grafico di  $f$  (salvo concavità).

**Esercizio 2.** Sia  $g(x) := x^6[\sin(x^4) + 1 - \cos(x^4)]$ .

- a) Calcolare, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{g(x)}{x^\alpha}$ .
- b) Sia  $P_1$  il polinomio costituito dal primo termine del polinomio di Mac Laurin di  $g$ ; stimare:

$$|g(x) - P_1| \quad \text{se } |x| \leq \frac{1}{2}.$$

**Esercizio 3.** Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x[y^2(x) + 2y(x) + 2]}{x^2 - 3x + 2} \\ y(\alpha) = 0 \end{cases}$$

- a) stabilire per quali valori del parametro reale  $\alpha$  (se ce ne sono) il problema ha una ed una sola soluzione in un intorno del punto iniziale;
- b) determinare, se possibile, la soluzione nel caso  $\alpha = 0$ , indicando anche un intervallo, contenente il punto iniziale, in cui essa è certamente definita.