

Esercizio 1. Dato $x \in \mathbb{R}$, $x > 0$, consideriamo le seguenti successioni:

$$a_n = \frac{xn^2 + 1}{n^2 + n}, \quad b_n = \left(\frac{xn^2 + 1}{n^2 + n} \right)^n \quad \forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}.$$

- i) Al variare del parametro reale x , stabilire se esiste il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ ed in caso affermativo calcolarlo.
ii) Al variare del parametro reale x , stabilire se esiste il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n$ ed in caso affermativo calcolarlo.

Esercizio 2. Sia $f(x) := -2 \log_{1/2}^2 x + 4 \log_{1/2} x$.

- a) Calcolare i limiti di f agli estremi del suo dominio I .
b) Studiare gli insiemi di crescita e/o decrescenza di f .
c) Stabilire se la restrizione di f all'intervallo $[1/2, +\infty)$ è invertibile ed, in caso affermativo, calcolarne l'inversa, precisandone dominio ed immagine.
d) Sia ora $g(x) = f(x) \sin(x^2 - 1)$. Determinare l'ordine di infinitesimo di g per $x \rightarrow 1$.

Esercizio 3. Data la funzione

$$f(x) := (|x - 1| + |x|)x^2$$

studiarne l'insieme di definizione, l'insieme di continuità, l'insieme di derivabilità.