

**Esercizio 1.** Data la funzione

$$f(x) := \begin{cases} \arctan(1/x) & \text{se } x < 0, \\ -\pi/2 - \sin x & \text{se } x \in [0, \pi/2] \end{cases}$$

- a) studiare insieme di definizione, immagine, continuità e derivabilità della funzione;
- b) stabilire se la funzione data è invertibile nel suo dominio ed in caso affermativo trovare un'espressione dell'inversa, precisandone insieme di definizione, immagine, continuità e derivabilità;
- c) se esiste, scrivere l'equazione della retta tangente al grafico dell'inversa nel punto  $(-\pi/2, 0)$ .

**Esercizio 2.** Sia

$$f(x) = \frac{x}{1 + \alpha x} - \ln(1 + \alpha x), \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Determinare il numero ed il segno degli zeri di  $f$  al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

**Esercizio 3.** a) Determinare il polinomio di Mac Laurin di grado 2 di  $f(x) = \ln(\cos x)$ .

b) Applicando opportunamente gli sviluppi di Taylor, calcolare, al variare del parametro reale  $k$ , il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{kx^2 + \sqrt[4]{1 + 5x} - e^{(5/4)x}}{\ln(\cos x)}$$

.