

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x, y) := \frac{\arctan(x + y^2) \ln(1 + |x + y|)}{|\sin x| + 1 - \cos y}$$

- a) [p. 4] determinarne l'insieme di definizione;
- b) [p. 4] stabilire se la funzione è prolungabile per continuità nel punto $(0, 0)$;
- c) [p. 2] stabilire se la funzione è prolungabile per continuità nel punto $(\pi, 0)$;
- d) [p. 3] in caso di risposta affermativa alla domanda b), stabilire se la funzione così prolungata è dotata delle derivate parziali in $(0, 0)$;
- e) [p. 2] studiare continuità e differenziabilità della funzione nel punto $(\pi/2, \pi/2)$.

Esercizio 2. Sia dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{\sin x}{1 + y(x)} \\ y(0) = k \end{cases}$$

- a) [p. 2] Per quali valori del parametro reale k (se ce ne sono) esiste ed è unica la soluzione locale?
- b) [p. 4] Per quali valori del parametro reale k (se ce ne sono) la soluzione ha in $x_0 = 0$ un punto di minimo locale?
- c) [p. 3] Sia $k = -2$. Trovare la soluzione specificandone il dominio.
- d) [p. 3] Sia $k = -2$. Calcolare, se esiste, il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 + y(x)}{1 - \cos x}$$

- e) [p. 3] Sia $k = 0$. Studiare la convergenza del seguente integrale:

$$\int_0^1 \frac{1}{y(x)} dt$$