Esercizio 1. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) := e^{-x^2/2} - \cos(\alpha x) + \frac{\alpha}{12}x^4 \qquad (\alpha \in \mathbb{R})$$

1) [p. 5] Stabilire per quali (eventuali) valori del parametro reale α la funzione f è infinitesima di ordine superiore a 2 per $x \to 0$.
2) [p. 6] Per ciascuno dei valori di α di cui al punto 1), determinare (se esiste) l'ordine di infinitesimo di f per $x \to 0$.
3) [p. 4] Sia ora $\alpha = -1$; stabilire se f è infinita per $x \to +\infty$ ed, in caso affermativo, determinare (se esiste) l'ordine di infinito di f per $x \to +\infty$.

Esercizio 2. Siano date le funzioni

$$g(t) := \frac{\ln|t-2| \arctan(1/t)}{e^t + |t|}, \qquad f(x) := \int_1^x g(t)\, dt$$

1) [p. 5] Sulla base della teoria degli integrali impropri, determinare l'insieme di definizione della funzione f;
2) [p. 5] determinare l'insieme di derivabilità di f;
3) [p. 5] studiare l'esistenza o meno dei limiti di f agli estremi del suo insieme di definizione precisando, in caso di esistenza, se tali limiti sono reali o no.