

Esercizio 1. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) := \arcsin\left(\frac{1}{1+x^2}\right) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

- 1) È vero che f è continua in \mathbb{R} ? Se sì, perché?
- 2) È vero che f è di classe C^∞ in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$? Se sì, perché?
- 3) Calcolare, se esistono, le derivate destra e sinistra di f in 0.
- 4) Stabilire se f è derivabile in 0.
- 5) Stabilire se la funzione $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$g(x) := f(x) - \ln x \quad \forall x \in (0, +\infty)$$

è iniettiva e, in caso affermativo, calcolare (se esiste) $(g^{-1})'(\pi/6)$

[Suggerimento: può essere utile ricordare che $\arcsin(1/2) = \pi/6$].

Esercizio 2. Data la funzione integrale

$$f(x) := \int_2^x \frac{\sqrt{(t+|t|)|e^t - e|}}{\ln|t|} dt$$

- a) sulla base della teoria degli integrali impropri, determinarne l'insieme di definizione I ;
- b) determinarne l'insieme di derivabilità;
- c) studiarne gli eventuali limiti agli estremi di I , precisando, in caso di esistenza, se sono reali o meno.