

Esercizio 1. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) := \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x^a} & \text{se } x > 0 \\ b & \text{se } x = 0 \\ \frac{\ln(1-x)}{x - c^2} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

essendo a, b, c parametri reali.

- 1) È vero che f è di classe C^∞ in ciascuno dei due intervalli aperti $(0, +\infty)$ e $(-\infty, 0)$?
Se sì, perché?
- 2) Stabilire per quali valori dei parametri a, b, c (se ce ne sono) la funzione f è continua in 0.
- 3) Stabilire per quali valori dei parametri a, b, c (se ce ne sono) la funzione f è derivabile in 0.

Esercizio 2. Siano date le funzioni

$$g(t) := \frac{|t|(t - \pi)}{(\sin t) \sqrt[3]{t - 1}}, \quad f(x) := \int_0^x g(t) dt$$

- a)] Secondo la teoria degli integrali impropri, determinare l'insieme di definizione di f ;
- b) determinare gli insiemi di continuità e di derivabilità di f ;
- c) determinare gli eventuali punti di massimo e minimo relativo e/o assoluto di f .