

Esercizio 1. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) := \int_1^x \frac{\cos t - e^{-3t}}{t^2 + t} dt$$

- 1) Nell'ambito della teoria degli integrali impropri, determinare il dominio I di f .
- 2) Studiare i limiti di f agli estremi di I , precisando se esistono e se sono o reali o $+\infty$ o $-\infty$.
- 3) Stabilire se f è derivabile in I ed, in caso affermativo, scrivere un'espressione analitica esplicita della derivata di f in I .
- 4) Stabilire se f è invertibile in un intorno di 0.
- 5) Stabilire se esiste $f''(1)$ ed in caso affermativo calcolarla.

Esercizio 2. Sia f la funzione di variabile reale definita da

$$f(x) := e^{\alpha/x} - x/(x+1)$$

- 1) Determinare il dominio di f .
- 2) Stabilire per quali valori del parametro reale α (se ce ne sono) la funzione f è infinitesima per $x \rightarrow 0^+$.
- 3) Per gli α di cui al punto 2), determinare (se esiste) l'ordine di infinitesimo di f per $x \rightarrow 0^+$.
- 4) Stabilire per quali valori del parametro reale α (se ce ne sono) la funzione f è infinitesima per $x \rightarrow +\infty$.
- 5) Per gli α di cui al punto 4), determinare (se esiste) l'ordine di infinitesimo di f per $x \rightarrow +\infty$.