

Esercizio 1. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) := \begin{cases} a \arctan(\ln x) & \text{se } x > 0 \\ b & \text{se } x = 0 \\ \frac{e^{\cos x} - 1 + c}{x^2} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

essendo a, b, c costanti reali.

- 1) Stabilire per quali valori dei parametri reali a, b, c (se ce ne sono) la funzione f è continua in 0;
- 2) per gli eventuali valori dei parametri a, b, c per cui la funzione è discontinua in 0, precisare il tipo di discontinuità;
- 3) calcolare (se esistono) i limiti di f per $x \rightarrow +\infty$ e per $x \rightarrow -\infty$ al variare dei parametri a, b, c .

Esercizio 2. Dati i seguenti integrali impropri, stabilire se essi sono convergenti o divergenti. In caso di convergenza, calcolarli; in caso di divergenza, stabilire se divergono positivamente o negativamente.

$$I_1 := \int_0^{+\infty} x^3 e^{-x^2} dx, \quad I_2 := \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2 - 4x + 8} dx, \quad I_3 := \int_{-\infty}^0 \frac{x}{x^2 - 4x + 8} dx$$