

Esercizio 1. Data la successione

$$a_n := \frac{1}{(n+3)\sqrt{n^2-2n+3}} \quad (n \in \mathbb{N})$$

- 1) stabilire se la successione è monotona o almeno definitivamente monotona;
- 2) determinare (se esistono)

$$\sup_n a_n, \quad \inf_n a_n, \quad \max_n a_n, \quad \min_n a_n, \quad \lim_n a_n;$$

- 3) nel caso che il limite della successione esista e sia 0 o $+\infty$, determinarne l'ordine (di infinitesimo o di infinito).

Esercizio 2. Siano f e g le funzioni reali di variabile reale definite da

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2-4} \quad \text{e} \quad g(x) = \ln x.$$

- (1) Determinare $\text{dom } f$, $\text{dom } g$ e $\text{dom}(g \circ f)$.
- (2) Stabilire se f è monotona sul suo dominio.
- (3) Calcolare, se esistono, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

Sia ora

$$h := (g \circ f) \Big|_{\text{dom}(g \circ f) \cap]0, +\infty[}.$$

- (4) Stabilire se h è strettamente monotona sul suo dominio ed, in tal caso, determinare $\text{dom } h^{-1}$ ed un'espressione esplicita per h^{-1} .