

Esercizio 1. Sia data la successione

$$a_n := n - 2 \ln(1 + n) \quad (n \in \mathbb{N})$$

- 1) Calcolare $\lim_n a_n$ e stabilire se la successione è monotona;
- 2) determinare, se esistono, $\inf_n a_n$, $\sup_n a_n$, $\min_n a_n$, $\max_n a_n$.

Esercizio 2. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) := \begin{cases} a \arctan(\ln x) & \text{se } x > 0 \\ b & \text{se } x = 0 \\ \frac{e^{\cos x} - 1 + c}{x^2} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

essendo a, b, c costanti reali.

- 1) Stabilire per quali valori dei parametri reali a, b, c (se ce ne sono) la funzione f è continua in 0;
- 2) per gli eventuali valori dei parametri a, b, c per cui la funzione è discontinua in 0, precisare il tipo di discontinuità;
- 3) calcolare (se esistono) i limiti di f per $x \rightarrow +\infty$ e per $x \rightarrow -\infty$ al variare dei parametri a, b, c .