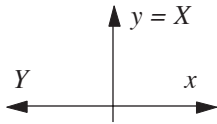


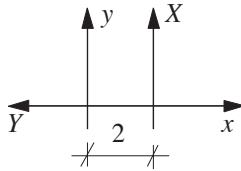
**CAMBI DI COORDINATE**

00. Scrivere le formule dirette e inverse dei seguenti cambi di coordinate nel piano:

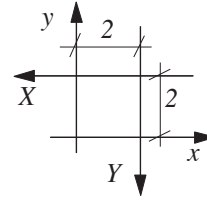
a.



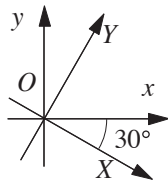
b.



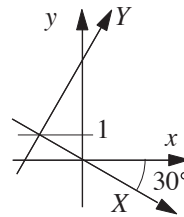
c.



d.



e.



**CONICHE**

01. Coniche da riconoscere e disegnare subito (praticamente senza conti).

a.  $x^2 + 2y^2 = 1$

b.  $y^2 - 2x^2 = 3$

c.  $2y^2 = 3x$

d.  $2 - x^2 = y^2$

e.  $x^2 - 3y^2 = 0$

f.  $x^2 - 2x = 0$

g.  $1 + x^2 + 2y^2 = 0$

h.  $x^2 + 3y^2 = 0$

i.  $xy = 0$

j.  $x^2 + 1 = 0$

k.  $y^2 = 9(x - 1)$

l.  $3x^2 + 2y^2 = 5$

m.  $x^2 + 3xy = 0$

n.  $x^2 - 3x + 2 = 0$

o.  $x^2 - 2xy + y^2 = 0$

p.  $x^2 + 2x + y^2 + 1 = 0$

02. Disegnare l'ellisse seguente e determinarne centro, vertici, fuochi

$$(x - 1)^2 + 2(y - 1)^2 = 3$$

03. Disegnare le iperboli seguenti e determinarne centro, asintoti, vertici, fuochi.

a.  $x^2 - y^2 + x - 3y = 0$

b.  $-x^2 + 3y^2 + 2y + 1 = 0$

04. Disegnare le parabole seguenti e determinarne vertice, fuoco, direttrice.

a.  $2x^2 + 3x + 2y = 0$

b.  $2x + y + 3y^2 - 1 = 0$

05. Altre coniche da riconoscere e disegnare (completamento quadrati o simili).

a.  $x^2 + 2y^2 - y = 0$

b.  $3x^2 - y^2 - y = 1$

c.  $x^2 - 2y^2 - 4x + 4 = 0$

d.  $2y^2 + y = 2x$

e.  $xy = 5$

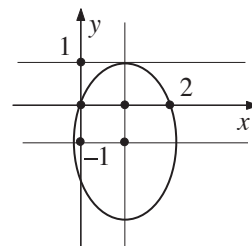
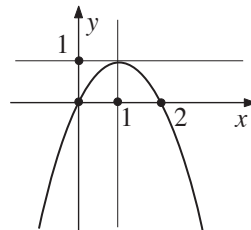
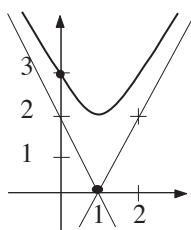
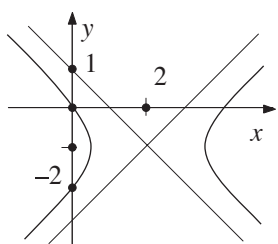
f.  $3x^2 + 4y^2 - x + 1 = 0$

g.  $x^2 - 3y^2 - 2xy = 0$

h.  $x^2 + x + 1 = 0$

## Coniche 2.2

06. a. Determinare la rappresentazione cartesiana dell'iperbole disegnata sotto (della quale sono evidenti centro, asintoti e un punto: l'origine).  
 b. Determinare la rappresentazione cartesiana dell'iperbole di cui è sotto disegnato un ramo (sono evidenti centro, asintoti e un punto).  
 c. Determinare la rappresentazione cartesiana della parabola disegnata sotto (sono evidenti vertice, asse e due punti).  
 d. Determinare la rappresentazione cartesiana dell'ellisse disegnata sotto (sono evidenti centro, assi, un vertice e due punti).  
 e. Determinare la rappresentazione cartesiana della conica formata dall'unione delle due rette  $x - y + 1 = 0$  e  $x + 3y = 0$ .



07. Dire, al variare di  $a \in \mathbb{R}$  che conica è la seguente, distinguendo tra parabole, ellissi, circonferenze, coppie di rette etc.:  $x^2 + ay^2 + 2ax + 2 = 0$ .  
 08. Dire che conica è  $ax^2 + (1 - a)y^2 + (a - 2)x = 0$  per ogni  $a \in \mathbb{R}$ .

### STUDIO DI CONICHE

11. Coniche da riconoscere (mediante i criteri noti).
- |                                   |                             |
|-----------------------------------|-----------------------------|
| a. $4x^2 + 4xy + y^2 - x = 0$     | b. $x^2 + 3xy = 1$          |
| c. $x^2 + 2xy - 3y^2 + x - y = 0$ | d. $2x^2 - 6xy + 5y^2 = 0$  |
| e. $x^2 + 2xy + 2y^2 + y + 1 = 0$ | f. $x^2 + xy + y^2 + x = 0$ |
| g. $3x^2 + 3y^2 - x = 0$          | h. $xy + x + y = 1$         |
12. Riconoscere le seguenti coniche al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$  (distinguendo ellissi a punti reali e non, circonferenze ed iperboli equilateri):
- |  |  |
|--|--|
| a. $(\lambda + 6)x^2 + 2\lambda xy + y^2 + 2x - 4y = 0$        | b. $x^2 + 2\lambda xy + 3y^2 + 2\lambda x + 1 = 0$         |
| c. $\lambda x^2 + 2\lambda xy + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$         | d. $x^2 + 2\lambda xy + y^2 + 2x + 2y = 0$                 |
| e. $\lambda x^2 + 4xy + (\lambda - 3)y^2 + (\lambda + 1)y = 0$ | f. $4\lambda^2 x^2 + (2\lambda + 2)xy + y^2 - \lambda = 0$ |
13. Determinare gli asintoti delle seguenti iperboli:
- |                           |                            |                                   |
|---------------------------|----------------------------|-----------------------------------|
| a. $3x^2 + 2xy - y^2 = 1$ | b. $x^2 + xy - 2x + y = 0$ | c. $x^2 + 3xy + y^2 + x - 2y = 0$ |
|---------------------------|----------------------------|-----------------------------------|
14. Determinare la lunghezza dei semiassi delle seguenti ellissi:
- |                            |                                      |
|----------------------------|--------------------------------------|
| a. $3x^2 + 4xy + 3y^2 = 7$ | b. $3x^2 + 4xy + 3y^2 - 2x - 8y = 7$ |
|----------------------------|--------------------------------------|
15. Determinare gli assi di simmetria dell'ellisse  $3x^2 + 6xy - 5y^2 - 6x + 10y = 0$ .
16. Coniche da studiare completamente.
- |  |                                       |
|--|---------------------------------------|
| a. $3x^2 - 4xy - 6x + 4y = 0$            | b. $9x^2 + 6y^2 - 4xy = 3$            |
| c. $x^2 + 4y^2 + 4xy - 2x + y = 0$       | d. $x^2 + 2xy + y^2 - 8x = 0$         |
| e. $2x^2 + xy - 4x + 2y - y^2 = 0$       | f. $9x^2 + 4y^2 - 12xy + 3x - 2y = 0$ |
| g. $5x^2 + 5y^2 - 8xy + 4x - 2y + 1 = 0$ | h. $x^2 + 2xy + y^2 + 1 = 0$          |