Esame di Metodi numerici per l'ingegneria navale
Prova al calcolatore 11 luglio 2006

Creare un programma che

1. Chieda all'utente l'input di un k reale.
2. Tabuli la funzione $f(x) = e^{\left(\frac{x^2+x}{x^2+k^2}\right)} - \frac{1}{2}$ nell'intervallo $[-2, 2]$ con passo 0.05.

   Ovvero crei due arrays X e Y, una con i valori delle x una coi valori delle y della funzione.
3. Cerchi il massimo e il minimo della funzione nell'intervallo e scriva sul display i valori del massimo e del minimo e i punti di massimo e di minimo.
4. Dica se la funzione ha sicuramente uno zero nell'intervallo, usando il teorema degli zeri ed esaminando i valori del massimo e del minimo.

Esame di Metodi numerici per l'ingegneria navale
Prova al calcolatore 14 luglio 2006

La serie di Fibonacci

Creare un programma che

1. Chieda all'utente l'input di un numero n intero e positivo (eventuale verifica).
2. Costruisca un array F il cui i-mo elemento sia l'i-esimo elemento della successione di Fibonacci che è così definita:

$$F(1) = \mathbf{1} \quad F(2) = \mathbf{1} \quad F(3) = 1 + 1 = \mathbf{2} \quad F(4) = 1 + 2 = \mathbf{3}$$

$$F(5) = 2 + 3 = \mathbf{5} \quad \cdots \quad F(i) = F(i-2) + F(i-1)$$

   La serie abbia termine con l'ultimo numero di Fibonacci minore o uguale a n.
3. Costruisca un secondo array R il cui i-mo elemento sia il rapporto tra l'i-esimo elemento della successione di Fibonacci e l'$i + 1$-mo e quindi consenta di esaminare il limite di questi rapporti
4. Chieda all'utente l'input di un numero p intero, positivo e minore o uguale a n (eventuale verifica) e verifichi se p fa parte o meno della serie di Fibonacci costruita.

Esame di Metodi numerici per l'ingegneria navale
Prova al calcolatore 12 settembre 2006

Interpolazione spline lineare

Costruire un file **dati.txt** in cui sianno riportati (separati da [return]) gli 11 numeri a lato che sono i valori della funzione $f(x)$ nei punti $x_0 = -5, \ldots, x_{10} = 5$:

-2
0
1
1
2
0
0
-1
0
-2
1

Creare un programma che sostituisca alla funzione $f(x)$ la sua spline lineare nell'intervallo $[-5, 5]$, ovvero:

1. Legga dal file i dati creando un array.
2. Chieda all'utente un numero reale x
   (a) Se il numero è esterno all'intervallo $[-5, 5]$ scriva un messaggio di errore e chieda un'altro numero.
   (b) Se il numero è 100, termini l'esecuzione.
   (c) Se il numero è interno all'intervallo $[-5, 5]$ calcoli il valore della spline lineare in x e chieda un'altro numero.
   Si tenga presente che il programma dovrà determinare in quale intervallo ricade il numero x, calcolare la retta che fa parte della spline lineare in quell'intervallo e calcolare il valore della retta in x.

Esame di Metodi numerici per l'ingegneria navale
Prova al calcolatore 10 gennaio 2007

Creare un programma che

1. Chieda all'utente l'input di due numeri reali a e p, (entrambi positivi e $p < a$ con eventuale controllo).
2. Tabuli la funzione $f(x) = e^{-x^2}$ nell'intervallo $[-a, a]$ con passo p, ovvero crei due array, una con le ascisse e una con le ordinate della funzione (è praticamente impossibile che l'array delle ascisse termini esattamente con a. Concluderlo con un numero minore di a).
3. Calcoli numericamente l'integrale $\displaystyle\int_{-a}^{a} f(x)\,dx$ mediante il metodo di Bézout dei trapezi sull'intervallo $[-a, a]$
4. Sarebbe bene che, dopo aver calcolato l'integrale, il programma non terminasse, ma ripartisse da capo chiedendo un altro a e un altro p, fintantoché l'utente non ponga $a = 0$, nel qual caso il programma terminerà salvando in un file i vari tentativi con diversi a, diversi passi e il valore dell'integrale ottenuto.

Esame di Metodi numerici per l'ingegneria navale
Prova al calcolatore 25 gennaio 2007

Creare un programma che

1. Legga un file di testo **poly.txt** creato precedentemente contenente una successione numerica
$$a_0\ ,\ a_1\ ,\ \ldots\ ,\ a_n$$
2. Calcoli quanti numeri ha letto e chiami n questo numero *diminuito di* 1.
3. Tabuli la funzione polinomiale $p(x) = a_0 + a_1 x + \cdots a_n x^n$ di grado n nell'intervallo $[-2, 2]$ con passo 0.1, ovvero crei due array, una con le ascisse e una con le ordinate della funzione. (Tenere presente che probabilmente sarà meglio ribattezzare i coefficienti $b_1, \ldots, b_n$ per evitare i problemi dell'indice nullo delle array)

4. Il calcolo va fatto mediante l'algoritmo di Hörner.

$$p(x) = a_0 + x\Big(a_1 + x\left(a_2 + x\left(a_3 + x(a_4 + \cdots)\right)\right)\Big)$$

5. Dopo aver calcolato l'integrale, il programma dovrebbe salvare in un file ben strutturato la tabulazione.
   Ben strutturato vuol dire di questo tipo:
   -2.0 3.0
   -1.9 3.1
   $\cdots$ $\cdots$
   2.0 5.6

Esame di Metodi numerici per l'ingegneria navale
Prova al calcolatore 9 febbraio 2007

La funzione di Collatz

L'algoritmo di Collatz è cosi' fatto:

Si parte con un numero intero $n > 1$.

Se n è pari al passo successivo si prende il numero $n/2$.

Se invece n è dispari al passo successivo si prende $3n + 1$.

L'algoritmo termina sempre con il numero 1, anche se non è facile prevedere dopo quanti passi. È un fatto noto anche se non ancora dimostrato rigorosamente.

Creare un programma che

- Chieda all'utente un numero intero $n > 1$ (e controlli che sia intero e magggiore di 1.)
- Esegua l'algoritmo di Collatz, visualizzando i passi e il numero di passi, per esempio così:

1	20
2	10
3	5
4	16
5	8
6	4
7	2
8	1

- Salvi in un file di testo tutti i passi dell'algoritmo e il numero di passi necessari. Il nome del file dovrebbe comprendere il numero da cui si è partiti (per esempio "`Coll135.txt`")

Note:

1. Dato che FORTRAN arrotonda e non sempre $n/2$ è intero anche se n è perfettamente pari, per verificare se un numero n è intero si può per esempio calcolare la parte interna $\mathrm{int}(n)$ e guardare se $n - \mathrm{int}(n)$ è molto piccolo (per esempio minore di 10^{-5}).
2. Analogamente per vedere quando si arriva a 1, invece di controllare se il numero è proprio 1, è meglio verificare se la sua differenza con 1 è molto piccola.

Esame di Metodi numerici per l'ingegneria navale
Prova al calcolatore 16 marzo 2007

L'algoritmo di punto fisso

Sia $f(x)$ definita in $[0, 1]$.
Creare un programma che

- Chieda all'utente un numero reale $0 < t < 1$ (e controlli che sia nell'intervallo.)
- Chieda all'utente un numero reale $\varepsilon > 0$ (e controlli che sia positivo)
- Esegua l'algoritmo di punto fisso sulla funzione $f(x)$ partendo da t e arrestandolo quando $\dfrac{\mid t(i) - t(i+1) \mid}{\mid t(i) \mid} < \varepsilon$, oppure quando rilevi che l'algoritmo non converge.
- Salvi in un file di testo tutti i passi dell'algoritmo e il numero di passi necessari.

Sperimentare il programma con le seguenti funzioni:

$f(x) = \cos(x)$ $\qquad f(x) = 2 - e^x$ $\qquad f(x) = 1 - \ln(x+1)$ $\qquad f(x) = 1 - x^3$ $\qquad f(x) = e^{-x^2}$