

Terza Esercitazione: Equazioni non lineari e cicli

Esercizio 1 Metodo di bisezione

Uso di `while..end` o `for...end` e di funzione esterna

Consideriamo la funzione $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1/2} - e^x$ nell'intervallo $[0, 1]$.

1. Verificare, usando il teorema degli zeri, che esiste un punto $\alpha \in [0, 1]$ tale che $f(\alpha) = 0$. Dimostrare che tale punto è unico.
2. Determinare analiticamente il numero N di iterazioni necessarie per calcolare α con un errore inferiore a $\varepsilon = 10^{-10}$ con il metodo di bisezione.
3. Completare il seguente script che implementa il metodo di bisezione, inserendo istruzioni al posto dei puntini

```
a = 0; b = 1; % intervallo iniziale
epsilon = 1e-10; % tolleranza
h = b-a;
x = (a+b)/2;
```

con un ciclo `for...end`

```
N=.....
for idx=1:N
.....
```

È bene creare un file esterno '`funzione.m`' contenente la funzione su cui lavorare, che venga richiamato dallo script.

```
function y = funzione(x)
y = 1/(x^2+0.5)-exp(x);
```

4. Stesso inizio, ma senza usare N , mediante un ciclo `while...end` e calcolando con un contatore `NumIt` il numero di iterazioni.

```
NumIt = 0;
while (h>epsilon)
....
    if NumIt>100;
        disp('troppe iterazioni');
    end
end
```

Esercizio 2 L'algoritmo di punto fisso

Costruire un m-file di tipo script che, data una funzione $f(x)$ e un `t0` esegua l'algoritmo di punto fisso sulla funzione $f(x)$ partendo da `t0`.

È bene costruire un vettore \mathbf{x} che contenga tutti i passi dell'algoritmo e contare il numero di passi effettuati.

Criterio d'arresto:

1. Come primo criterio: dopo un certo numero di passi (usando `for...end`)
2. Come secondo criterio: stabilito un certo valore $\varepsilon = \text{epsilon}$, si arresti il ciclo quando $|x(i) - x(i+1)| < \varepsilon$, oppure quando si rilevi che l'algoritmo non converge.

Sperimentare il programma con le seguenti funzioni o con altre che si ritiene opportuno:

$$f(x) = \cos(x) \quad f(x) = e^{-x^2} \quad f(x) = 2 - e^x \quad f(x) = 1 - \ln(x+1) \quad f(x) = 1 - x^3$$

Come sopra, per non cambiare ogni volta lo script, è bene che la funzione sia richiamata da un file '`funzione.m`'

. /.

Esercizio 3 *Metodo di Newton-Raphson*

Consideriamo di nuovo la funzione $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1/2} - e^x$ nell'intervallo $[0, 1]$

Completare il seguente script che implementa il metodo di Newton inserendo istruzioni al posto dei puntini. Utilizzarlo per calcolare lo zero di f con un errore inferiore a $\varepsilon = 10^{-10}$.

```
a = 0; b = 1; % intervallo iniziale
epsilon = 1e-10; % tolleranza
x0 = 0.5;
err = 1;
%
k = 0;
while (err > epsilon) & (k < 100)
    k = k + 1;
    .....
```

La derivata prima della funzione **funzione** dovrà essere richiamata con il file '**derfun.m**'

```
function y = derfun(x)
y = -2*x/(x^+0.5)^2-exp(x);
```