Quarta esercitazione: Bisezione - Punto fisso - Ancora grafica - Metodo tangenti

Esercizio 1 *Inversione di una funzione mediante la bisezione*

Consideriamo la funzione $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1/2} - e^x$ nell'intervallo $[0,1]$.

Invertire la funzione nell'intervallo $[f(1), f(0)]$ (f è decrescente) con passo 0.1, mediante l'algoritmo di bisezione.

Osserviamo che f è invertibile in $[0,1]$. Detta g la sua inversa, nel problema precedente abbiamo calcolato $g(0)$.

Dividere quindi l'intervallo in 20 punti (**`linspace`**) e calcolare $g(y)$ per ogni y nell'intervallo dato, ovvero trovare (a meno di 10^{-10}) un numero x tale che $f(x) = y$ o meglio $f(x) - y = 0$.

Tabulare quindi g.

Esercizio 2 *L'algoritmo di punto fisso*

Costruire un m-file di tipo script che, data una funzione $f(x)$ e un **`t0`** esegua l'algoritmo di punto fisso sulla funzione $f(x)$ partendo da **`t0`**.

È bene costruire un vettore **`x`** che contenga tutti i passi dell'algoritmo e contare il numero di passi effettuati.

Criterio d'arresto:

1. Come primo criterio: dopo un certo numero di passi (usando **`for...end`**)
2. Come secondo criterio: stabilito un certo valore ε = **`epsilon`**, si arresti il ciclo quando $\mid x(i) - x(i+1) \mid < \varepsilon$, oppure quando si rilevi che l'algoritmo non converge.

Sperimentare il programma con le seguenti funzioni o con altre che si ritiene opportuno:

$f(x) = \cos(x) \qquad f(x) = e^{-x^2} \qquad f(x) = 2 - e^x \qquad f(x) = 1 - \ln(x+1) \qquad f(x) = 1 - x^3$

Come per la bisezione: per non cambiare ogni volta lo script, è bene che la funzione sia richiamata da un file **`'funzione.m'`**

Esercizio 3 *Grafici in Matlab* **Grafici di funzioni**

Scegliere un passo p e disegnare il grafico delle seguenti funzioni negli intervalli dati:

$f(x) = \begin{cases} \arctan\left(\dfrac{1}{x^2+1}\right) \cdot \dfrac{4}{\pi} & x \in [-1, 0] \\ \sqrt{\mid 1 - x^2 \mid} & x \in [0, 2] \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x^3+1}{x} & x \in (0, 1) \\ \log(2-x) + 3 & x \in (1, 2) \end{cases}$

Esercizio 4 *Metodo di Newton-Raphson*

Consideriamo di nuovo la funzione $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1/2} - e^x$ nell'intervallo $[0,1]$

Completare il seguente script che implementa il metodo di Newton inserendo istruzioni al posto dei puntini. Utilizzarlo per calcolare lo zero di f con un errore inferiore a $\varepsilon = 10^{-10}$.

```
a = 0; b = 1; % intervallo iniziale
epsilon = 1e-10; % errore massimo
x0 = 0.5;
err = 1;
%
k = 0; % contatore
while (err > epsilon) & (k < 100)
      k = k + 1;
...............................
```

La derivata prima della funzione **`funzione`** dovrà essere richiamata con il file **`'derfun.m'`**

```
function y = derfun(x)
y = -2*x/(x^+0.5)^2-exp(x);
```