

## Quinta Esercitazione: Algebra lineare

**Esercizio 1** Siano  $a = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 4 & -6 & 5 \\ 4 & 5 & 4 \end{pmatrix}$   $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$   $b1 = \begin{pmatrix} 1.9 \\ 1 \\ 2.1 \end{pmatrix}$

1. Risolvere  $ax = b$  prima mediante l'operatore  $\backslash$  e poi mediante fattorizzazione  $LU$ .
2. Risolvere  $ax = b1$  prima mediante l'operatore  $\backslash$  e poi mediante fattorizzazione  $LU$ .
3. Spiegare il perché dei risultati così differenti dei due sistemi simili.

**Esercizio 2** Costruire un m-file **funzione** di  $n$  che per ogni  $n \in \mathbb{N}$ , fornisca la matrice  $a$  di formato  $n \times n$  così fatta

$a$  è la matrice quadrata triangolare superiore tutta fatta di 1 sulla diagonale e sulla prima sopradiagonale ma le prime quattro colonne vengono sostituite da queste quattro

1. la prima colonna è  $(1 \ 3 \ 5 \ \dots)^T$
2. la seconda colonna è tutta fatta di 1.
3. la terza colonna è  $(n \ n-1 \ \dots)^T$
4. la quarta colonna è  $([1^2/2] \ [2^2/2] \ [3^2/2] \ [4^2/2] \ \dots)^T$

dove  $[\dots]$  è la parte intera

**Esercizio 3** Siano  $c$  la matrice  $6 \times 6$  ricavata mediante la funzione sopra e  $m = c + I$

1. Risolvere il sistema  $mx = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$  mediante la fattorizzazione  $LU$ :
2. Risolvere il sistema  $cx = [0 \ 2 \ 4 \ 4 \ 4 \ 4]^T$ : scriverne tutte le soluzioni.

**Esercizio 4** Sia  $m$  la matrice di prima.

1. Risolvere  $mx = b$  con  $b = [1 \ 2 \ 2 \ 4 \ 5 \ 7]^T$
2. Risolvere  $mx = b1$  con  $b1 = [1 \ 2 \ 2.1 \ 3.8 \ 5.1 \ 7.1]^T$

Confrontare i due risultati

**Esercizio 5** Sia  $k$  la matrice ottenuta per  $n = 100$  e sia  $h = k + I$

1. Risolvere  $hx = b$  con  $b = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1 \ 2 \ 2 \ \dots \ 2]^T$   
(39 volte 0, 44 volte 1, 17 volte 2)
2. Risolvere  $hx = b + \delta b$  con  $\delta b = [0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ -0.2]^T$

Cercare di visualizzare i due risultati e di confrontarli.