

8. FUNZIONI E SCRIPT IN MATLAB

801. Scrivere il listato di un file **funzione** MatLab **alfa(x)** che, dato un numero reale x dia come risultato la matrice p calcolata come segue:

Innanzitutto costruisca la matrice m così fatta:

$$m = \begin{pmatrix} x & x+1 & x+2 & \cdots & \cdots & x+10 \\ 1 & 0 & & 0 & x & x \\ 0 & 1 & & 0 & x & x \\ \cdots & \cdots & \ddots & & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & & 1 & x & x \\ x^2 & (x+1)^2 & (x+2)^2 & \cdots & \cdots & (x+10)^2 \end{pmatrix}$$

m è una matrice 11×11 in cui ci sono una sottomatrice identica 9×9 e una sottomatrice 9×2 tutta fatta di x .

Il risultato della funzione sarà una matrice p tale che $p^T \cdot (m^T m) \cdot p$ sia diagonale.

Spiegare perché una tale matrice esiste.

802. Scrivere il listato di un file **funzione** MatLab **alfa(n)** che, dato un numero intero positivo n dia come risultato la matrice x calcolata come segue:

Innanzitutto costruirà usando al più *un solo ciclo for* la matrice $n \times n$ così fatta:

$$m = \begin{pmatrix} n & n-1 & \cdots & 1 \\ n & n-1 & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ n & n-1 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

In seguito costruirà la matrice $2n \times 2n$ seguente

$$p = I + \left(\begin{array}{ccc|ccc} n & 0 & \cdots & & & \\ 0 & n & \cdots & & m & \\ \cdots & \cdots & \cdots & & & \\ \hline n & n & \cdots & 0 & 0 & \cdots \\ n & n & \cdots & 0 & 0 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{array} \right)$$

Il risultato sarà la matrice colonna x soluzione del sistema $px = [1 \ 2 \ 3 \ \dots \ 2n]^T$

803. Scrivere il listato di un file **funzione** MatLab **alfa(x, y)** che ha come variabili di input due numeri reali x e y e come output la matrice costruita come segue:

$$\text{Sia innanzitutto } a = \left(\begin{array}{c|ccc|c} 2 & x+2 & x+4 & x+6 & \cdots & x+20 \\ \hline x+2 & y & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x+4 & 1 & y-1 & 1 & \cdots & 1 \\ x+6 & 1 & 1 & y-2 & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & & \ddots & \cdots \\ x+20 & 1 & 1 & 1 & \cdots & y-9 \end{array} \right)$$

Il risultato della funzione sarà la matrice a^{-1} se a è invertibile e la matrice nulla dello stesso ordine di a in caso contrario.

804. Scrivere il listato di un file **funzione** MatLab **alfa(x)** che ha come variabile di input una matrice riga x e come output la matrice d costruita come segue:

$$\text{Sia innanzitutto } a = \left(\begin{array}{c|c} x & 0 \\ \hline I & x' \end{array} \right)$$

Nella prima riga di a il vettore x seguito da 0
Nell'ultima colonna 0 e il vettore x'
In basso a sinistra una matrice identica.

Il risultato della funzione sarà la matrice diagonale $d = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_n \end{pmatrix}$ dove $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ sono gli autovalori di $a + a^T$.

Se x non è una matrice riga, la funzione dovrebbe dare errore e arrestare l'esecuzione.

805. Scrivere il listato di un file **funzione** MatLab **alfa(v)** che abbia come variabile di input un vettore riga $v = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ e come output la matrice colonna x costruita come segue:

Sia innanzitutto $b = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & & & x_n \\ x_2 & \begin{array}{c|ccc} 0 & \cdots & 0 & x_n \\ \hline 0 & \swarrow & \cdots & 0 \\ & & v & \\ 0 & 0 & \cdots & \searrow & x_n \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \boxed{x_n} \end{array} \end{pmatrix}$

La prima riga di b è v , la prima colonna è v^T , la diagonale è pure v . L'ultima colonna è riempita dall'ultima componente di v

Se il sistema lineare $b \cdot X = [1 \ 1 \ 1 \ \cdots \ 1]^T$ ha un'unica soluzione la matrice di output sarà la soluzione.

In caso contrario sarà la matrice nulla (dello stesso formato di X).

806. Scrivere il listato di un file *funzione* MatLab **alfa(v)** che abbia come variabile di input un vettore riga v e come output la matrice a costruita come segue:

$a = v \cdot v^T + d$ dove (con n opportuno) d è la matrice diagonale seguente:

$$d = \begin{pmatrix} 1/n & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1/(n-1) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/(n-2) & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La funzione deve controllare se effettivamente v è un vettore riga, sostituire v con la sua traposta se v è un vettore colonna e usare la prima riga di v se v è una matrice (usare comando **warning**)

807. Scrivere il listato di un file *funzione* MatLab denominata **alfa(a)** che abbia come variabile di input una matrice a e come output la matrice b fatta come segue:

Se a è rettangolare $b = \left(\begin{array}{cccc|c} & a & & & I \\ \hline 1 & 0 & 0 & \cdots & \\ 0 & 2 & 0 & \cdots & a^T \\ 0 & 0 & 3 & \cdots & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \end{array} \right)$ Se a è quadrata $b = \left(\begin{array}{cccc|c} & a & & & a^T \\ \hline 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 2 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 3 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{array} \right)$

808. Scrivere il listato di un file *funzione* MatLab **alfa(v)** che abbia come variabile di input v . Se v è un vettore riga $v = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ l'output sarà la matrice colonna a costruita come segue:

Consideriamo innanzitutto la matrice quadrata

$$m = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_{n-2} & x_{n-1} & x_n \\ x_2 & x_3 & \cdots & x_{n-1} & x_n & x_1 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ad esempio, se si avesse $v = [1 \ 4 \ 6 \ 7 \ 8]$, la matrice m sarebbe $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 6 & 7 & 8 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

La matrice di output sarà la colonna degli autovalori della matrice $m \cdot m^T$.

Se v è vettore colonna, come sopra, ma usando v^T .

Se v è una matrice né riga né colonna come output si avranno gli autovalori della matrice $v \cdot v^T$

809. Scrivere il listato di un file *funzione* MatLab **alfa(a, b, n)** (a, b numeri reali, n numero intero ≥ 4). Il risultato sarà la matrice $n \times n$ fatta come segue:

$$\left(\begin{array}{cc|ccc} a & \cdots & a & \cdots & a \\ a+1 & \cdots & a & \cdots & a \\ \cdots & \cdots & b & \cdots & 0 \\ \cdots & b+1 & \ddots & & \\ \cdots & b & 0 & \cdots & b \end{array} \right)$$

Per esempio **alfa(3, 7, 6)** darebbe come risultato la matrice $\begin{pmatrix} 3 & 12 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 11 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 5 & 10 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 9 & 0 & 7 & 0 & 0 \\ 7 & 8 & 0 & 0 & 7 & 0 \\ 8 & 7 & 0 & 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$

810. Scrivere il listato di un file *funzione* MatLab denominata **alfa(a)**.

Il file funzione avrà come variabile di input un numero reale a e come output la tabulazione

della funzione $f(x) = \frac{a+x}{x^2+1}$ nell'intervallo $[0, 2]$ con passo 0.1.

La tabulazione consisterà in una matrice di due colonne. Per esempio, se $a = 1$, sarà così strutturata:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1.0000 \\ 0.1000 & 1.0891 \\ 0.2000 & \dots \\ \dots & \dots \\ 2.0000 & 0.6000 \end{pmatrix}$$

Inoltre verrà disegnato il grafico della funzione nell'intervallo dato.

811. Scrivere il listato di una file funzione MatLab **alfa(n)** avente come input un numero intero n e come output la matrice $n \times n$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 & \dots & 2n-4 & 2n-2 & 2n \\ n & n-1 & n-2 & n-3 & \dots & 3 & 2 & 1 \\ \pi & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & e & e \\ 0 & \pi & 0 & 0 & \dots & 0 & e & e \\ 0 & 0 & \pi & 0 & \dots & 0 & e & e \\ 0 & 0 & 0 & \pi & \dots & 0 & e & e \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \pi & e & e \end{pmatrix}$$

Se n non è un numero intero o è minore di 4 la funzione darà errore e non verrà eseguita.

812. Scrivere il listato di un file *funzione* MatLab **alfa(n)** che abbia come variabile di input un numero n e come output la matrice a costruita come segue:

Se $n \geq 3$ poniamo $m = [n]$ (parte intera), se invece $n < 3$, poniamo $m = [6 - n]$ (sempre parte intera).

Il risultato sarà la matrice

$$a = \begin{pmatrix} m & m-1 & \dots & \dots & 2 & 1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 2^2 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 3^2 \\ & & \ddots & & & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots \\ n & 0 & \dots & 0 & 1 & m^2 \end{pmatrix}$$

813. Scrivere il listato di un file *funzione* MatLab **alfa(x)** che abbia come variabile di input una matrice x e come output la matrice a costruita come segue:

Se x non è un vettore con una sola riga, ma una matrice, il risultato sarà la matrice stessa e verrà emesso un avviso (comando **warning**).

Se invece x è un vettore riga $[x_1, x_2, \dots, x_n]$, il risultato sarà la matrice

$$a = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \dots & \dots & x_{n-2} & x_{n-1} & x_n \\ x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & \dots & \dots & x_n & x_1 & x_2 \\ x_n & x_{n-1} & x_{n-2} & x_{n-3} & \dots & \dots & x_3 & x_2 & x_1 \\ 0 & 0 & 0 & n & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n & n & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & n & n & \dots & n & n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n & n & \dots & n & n & n \end{pmatrix}$$

814. Scrivere il listato di un file *funzione* MatLab

Il file funzione **alfa(x, n)** avrà come variabili di input un numero reale x e un numero intero $n \geq 3$ e come output la matrice costruita come segue:

Sia innanzitutto $a = \begin{pmatrix} x & x^2 & x^3 & \dots & x^n \\ n & & & & \\ \dots & & & & \\ n & & & & \end{pmatrix}$

Il risultato della funzione sarà il numero 1 se la matrice a ha tutti autovalori reali, sarà 0 in caso contrario.

815. Scrivere il listato di due files MatLab : un file *funzione* e uno script

- Il file funzione **alfa(z, n)** avrà come variabili di input un numero reale z e un numero intero $n \geq 4$ e come output una matrice b costruita come segue.

Il file deve creare innanzitutto il vettore $1 \times n$ così fatto:

$$v = (z, z + 1, z + 2, \dots, z + n - 1)$$

e poi costruire la matrice $a = 2 \frac{v^T \cdot v}{\|v\|} - I$ (I identica).

La matrice b di output sarà la matrice 4×4 costituita dalle prime 4 righe e colonne di a .

NB: opzionalmente il file può controllare che n sia effettivamente un numero intero e maggiore o uguale a 4 e dare errore in caso contrario.

- Lo script esaminerà la matrice b ottenuta dalla funzione precedente per $n = 5$ e $z \in [0, 5]$ (con passo 0.1), risolverà il sistema lineare $bx = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$ e scriverà su schermo la soluzione x solo nel caso in cui $|x| > 1$.

816. Scrivere il listato di **due** files MatLab : un file *funzione* e uno di tipo script

- Il file funzione **alfa(x, n)** avrà come variabili di input un numero reale x e un numero intero $n \geq 3$ e come output la matrice b che contiene una sottomatrice $(n - 2) \times (n - 2)$ tutta fatta di x .

$$b = \begin{pmatrix} n & n-1 & \dots & 2 & 1 \\ n-1 & \boxed{x \ \dots \ x} & & & 2 \\ n-2 & x & \dots & x & 3 \\ \dots & \dots & & \dots & \dots \\ 2 & x & \dots & x & n-1 \\ 1 & 2 & \dots & n-1 & n \end{pmatrix}$$

- Prima di calcolare b il file controllerà se effettivamente $n \geq 3$ e se è intero. Se $n < 3$ darà errore e interromperà il calcolo; se n non è intero lo sostituirà con la sua parte intera.

- Lo script esaminerà la matrice b ottenuta dalla funzione precedente per $n = 5$ e $x \in [0, 5]$ (con passo 0.1), ne calcolerà il massimo autovalore λ e lo scriverà su schermo nel caso in cui $12 > |\lambda| > 10$.

817. Scrivere il listato di due files MatLab : un file *funzione* e uno script

- Il file funzione **alfa(x, n)** avrà come variabili di input un numero reale x e un numero intero $n \geq 3$ e come output la matrice $n \times n$ costruita come segue:

Sia innanzitutto b la matrice $2 \times n$ così fatta:

$$b = \begin{pmatrix} x & x - 0.1 & x - 0.2 & \dots \\ x \cdot e^x & (x - 0.1) \cdot e^{x-0.1} & (x - 0.2) \cdot e^{x-0.2} & \dots \end{pmatrix}$$

La matrice di output sarà $b^T \cdot b + I$

- Lo script esaminerà le matrici ottenute per $n = 5$ e $x \in [0, 3]$ (con passo 0.1) per stabilire quale abbia il determinante più piccolo.

818. Scrivere il listato di due file *script* MatLab

1. Uno script che tracci, usando il passo 0.01, il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x^2+1} & \text{se } x \in [0, 1] \\ e^{1-x^2} & \text{se } x \in [1, 2] \end{cases}$$

2. Uno script che esamini ogni matrice del tipo $a = \begin{pmatrix} 2 & 2 & k \\ 2 & 3 & k^2 - 2 \\ k & k^2 - 2 & 3 \end{pmatrix}$ con $k \in [-3, 3]$

(ovviamente non tutte, usare il passo 0.1) e scriva su schermo il k se tutti gli autovalori sono positivi.

819. Scrivere il listato di un file *funzione* MatLab **alfa(a, n)** che, dati due numeri a, n costruisca come vettore riga la successione ricorsiva così definita $a_{i+1} = a_i^2 - 1$

La successione avrà lunghezza n e inizierà con $a_1 = a$.

Per esempio, con $a = 2, n = 4$, il risultato sarebbe il vettore 2, 3, 8, 63.

Prima di essere eseguita la funzione dovrà controllare che n sia effettivamente un numero intero e maggiore o uguale a 4 e che a sia uno scalare e dare errore in caso contrario.

820. Scrivere il listato di un file *funzione* MatLab **alfa(v,w)** che, dati due vettori riga v, w calcoli il seguente vettore:

Se v e w hanno la stessa lunghezza il risultato sarà il vettore $\frac{v}{|v|} + \frac{w}{|w|}$.

Se v è più lungo di w , calcoli il vettore v_1 ottenuto eliminando le ultime componenti di v , in modo che abbia la stessa lunghezza di w e dia come risultato $\frac{v_1}{|v_1|} + \frac{w}{|w|}$.

Analogamente se w è più lungo di v . Prima di essere seguita la funzione controllerà che v e w siano effettivamente vettori riga e darà errore in caso contrario.

Dovrà inoltre controllare che né v né w siano il vettore nullo e dare errore in caso contrario.