

COGNOME _____ NOME _____ C. _____ Bio. o Tlc.

**Esame di Matematica II
16 giugno 2008**

Parte di Geometria. Testo composto da un foglio (due pagine). Rispondere alle domande su questi fogli negli appositi spazi e con giustificazioni brevi, ma esaurienti.

5 \mathcal{A} Nel piano nel quale è stato fissato un sistema di coordinate cartesiane ortogonali monometriche destrorse Oxy , è data la conica. $-x^2 + 6xy + 7y^2 + 16y = 0$

1. Dimostrare che è un'iperbole.
2. Determinarne gli assi.
3. Determinarne gli asintoti.
4. Disegnarla.

4 \mathcal{B} Scrivere il listato di due files MatLab : un file *funzione* e uno di tipo script

• Il file *funzione* ha come variabili di input un numero reale z e un numero intero $n \geq 4$ e come output la matrice b . Il file deve creare il vettore $1 \times n$ così fatto:

$$v = (z, z + 1, z + 2, \dots, z + n - 1)$$

Poi costruire la matrice $a = 2 \frac{v^T \cdot v}{\|v\|} - I$ (I identica).

La matrice b di output sarà la matrice 4×4 costituita dalle prime 4 righe e colonne di a .

NB: opzionalmente il file controllerebbe se n è effettivamente intero e maggiore di 4.

• Lo script esaminerà la matrice b ottenuta dalla funzione precedente per $n = 5$ e $z \in [0, 5]$ (con passo 0.1), risolverà il sistema lineare $bx = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$ e scriverà su schermo la soluzione x solo nel caso in cui $|x| > 2$.

3 \mathcal{C} Completare la matrice a lato in modo che sia una matrice ortogonale di rotazione

$$P = \begin{pmatrix} -2/3 & 1/3 & . \\ 2/3 & 2/3 & . \\ 1/3 & . & . \end{pmatrix}$$

4 \mathcal{D} Nello spazio, nel quale è stato fissato un sistema di coordinate cartesiane ortogonali monometriche $Oxyz$ sono dati il punto $C(1, 0, 0)$ e la retta r .

$$r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

1. Calcolare la distanza di C da r .
2. Determinare i punti A e B della retta r aventi distanza 2 da C .
3. Determinare una rappresentazione cartesiana per la circonferenza γ di centro C e passante per A e B .

COGNOME _____ NOME _____ C. _____ Bio. o Tlc.

**Esame di Matematica II
2 luglio 2008**

Parte di Geometria. Testo composto da un foglio (due pagine). Rispondere alle domande su questi fogli negli appositi spazi e con giustificazioni brevi, ma esaurienti.

4 \mathcal{A} Nel piano nel quale è stato fissato un sistema di coordinate cartesiane ortogonali monometriche destrorse Oxy , è data la conica. $x^2 + 2y^2 - 3y + 1 = 0$

1. Determinarne gli assi.
2. Disegnarla.

4 \mathcal{B} Scrivere il listato di un file *funzione* MatLab che, dato un numero reale x dia come risultato la matrice p calcolata come segue:

Innanzitutto costruisca la matrice m così fatta:

$$\begin{pmatrix} x & x+1 & x+2 & \dots & \dots & x+10 \\ 1 & 0 & & 0 & x & x \\ 0 & 1 & & 0 & x & x \\ \dots & \dots & \ddots & & \dots & \dots \\ 0 & 0 & & 1 & x & x \\ x^2 & (x+1)^2 & (x+2)^2 & \dots & \dots & (x+10)^2 \end{pmatrix}$$

Ovvero in m ci sono una sottomatrice identica 9×9 e una sottomatrice fatta di x . Il risultato sarà la matrice p tale che $p^T \cdot (m^T m) \cdot p$ sia diagonale.

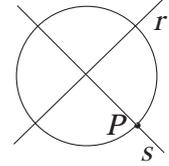
Spiegare perché una tale matrice esiste.

- 3 \mathcal{C} In \mathbb{R}^3 , verificare che $(4, -3, 0)$ e $(2, 0, 3)$ sono autovettori per la matrice A , dire qual'è l'autovalore relativo e, senza calcolarlo direttamente, ma usando il teorema spettrale, dedurre un altro autovettore e un altro autovalore.

$$P = \begin{pmatrix} 7 & 4 & -2 \\ -3 & 0 & 2 \\ 6 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

- 5 \mathcal{D} Nello spazio, nel quale è stato fissato un sistema di coordinate cartesiane ortogonali monometriche $Oxyz$ sono dati il punto $P(1, 1, 1)$ e la retta r .

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -4 + 2t \end{cases}$$



1. Scrivere la retta s passante per P e ortogonale incidente a r .
2. Determinare una rapp. cartesiana per la circonferenza avente r e s come diametri e passante per P .

COGNOME _____ NOME _____ C. _____ Bio. o Tlc.

Esame di Matematica II
16 luglio 2008

Parte di Geometria. Testo composto da un foglio (due pagine). Rispondere alle domande su questi fogli negli appositi spazi e con giustificazioni brevi, ma esaurienti.

- 4 \mathcal{A} Nel piano nel quale è stato fissato un sistema di coordinate cartesiane ortogonali monometriche destrorse Oxy , è data la conica $4x^2 + 12xy + 9y^2 + 12x - 8y = 0$

1. Dimostrare che è una parabola.
2. Determinarne l'asse.
3. Disegnarla.

- 4 \mathcal{B} Scrivere il listato di due files MatLab : un file *funzione* e uno di tipo script

- Il file *funzione* ha come variabili di input un numero reale x e un numero intero $n \geq 3$ e come output la matrice b .

$$b = \begin{pmatrix} n & n-1 & \cdots & 2 & 1 \\ n-1 & x & \cdots & x & 2 \\ n-2 & x & \cdots & x & 3 \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots & \cdots \\ 1 & 2 & \cdots & n-1 & n \end{pmatrix}$$

- Prima di calcolare b il file controlla se effettivamente $n \geq 3$ e se è intero. Se $n < 3$ dà errore e interrompe il calcolo, se n non è intero lo sostituisce con la sua parte intera.
- Lo script esaminerà la matrice b ottenuta dalla funzione precedente per $n = 5$ e $x \in [0, 5]$ (con passo 0.1), ne calcolerà il massimo autovalore λ e lo scriverà su schermo nel caso in cui $10 > |\lambda| > 5$.

- 2 \mathcal{C} Scrivere ognuna delle forme quadratiche in forma matriciale $v^T A v$ e dire qual è carattere di definizione e perché:

$$Q(x, y, z) = 6x^2 + 7z^2 \qquad Q(x, y, z, t) = x^2 + 3xt + 6yz - 3y^2$$

- 6 \mathcal{D} Nello spazio, nel quale è stato fissato un sistema di coordinate cartesiane ortogonali monometriche $Oxyz$ sono dati il punto $C(0, -1, -1)$ e la retta r .

$$r : \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

1. Scrivere il piano contenente C e r
2. Calcolare la distanza di C da r e scrivere una rappresentazione cartesiana per la circonferenza γ di centro C e tangente a r .
3. Determinare il centro di una sfera di raggio $\sqrt{56}$ contenente γ .

COGNOME _____ NOME _____ C. _____ Bio. o Tlc.

Esame di Matematica II
17 settembre 2008

Parte di Geometria. Testo composto da un foglio (due pagine). Rispondere alle domande su questi fogli negli appositi spazi e con giustificazioni brevi, ma esaurienti.

- 4 \mathcal{A} Nel piano nel quale è stato fissato un sistema di coordinate cartesiane ortogonali monometriche destrorse Oxy , è data la conica. $4x^2 + 2xy - 2y^2 - 4x + 2y = k$ dipendente da $k \in \mathbb{R}$

1. Dire per ogni k che conica è.
2. Dire per quale k passa per il punto $(0, 2)$
3. Disegnarla per $k = 0$ e per il k individuato al punto precedente.

- 4 \mathcal{B} Scrivere il listato di un file *funzione* MatLab che, dato un numero intero positivo n dia come risultato la matrice a calcolata come segue:

Innanzitutto costruisca usando *un solo ciclo for* la matrice $n \times n$ così fatta:

$$m = \begin{pmatrix} n & n-1 & \dots & 1 \\ n & n-1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ n & n-1 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

In secondo luogo costruirà la matrice a blocchi $2n \times 2n$

$$p = \left(\begin{array}{ccc|ccc} n & 0 & \dots & & & \\ 0 & n & \dots & & & \\ \dots & \dots & \dots & & & \\ \hline n & n & \dots & 0 & 0 & \dots \\ n & n & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{array} \right) + I$$

Il risultato sarà la matrice colonna x soluzione del sistema $px = [1 \ 2 \ 3 \ \dots \ 2n]^T$

3 C

In \mathbb{R}^3 , verificare che $(1, 1, 0)$ e $(0, 1, 2)$ sono autovettori per la matrice A , dire qual'è l'autovalore relativo e, senza calcolarlo direttamente, ma usando il teorema spettrale, dedurre un altro autovettore e un altro autovalore.

$$P = \begin{pmatrix} 0 & -4 & 2 \\ -4 & 0 & -2 \\ 2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

5 D

Nello spazio, nel quale è stato fissato un sistema di coordinate cartesiane ortogonali monometriche $Oxyz$ sono dati il punto $P(0, 3, 1)$ la retta r .

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = 2 + 2t \\ z = t \end{cases}$$

1. Scrivere la retta s passante per P e ortogonale incidente a r .
2. Scrivere tutti i piani contenenti r e tra essi individuare quello passante per P .
3. Determinare una rappresentazione cartesiana per la circonferenza di centro P e tangente a r .