

Risolvere i seguenti esercizi, per ogni risposta fornire esaurienti spiegazioni.

- 1) a) Scomporre in fattori reali di grado minimo il polinomio $P(X) = X^4 + 81$.
b) Rappresentare nel piano di Argand-Gauss il numero complesso $z = \frac{1-i}{1+i}$.

- 2) Discutere al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$ e quando è possibile risolvere il sistema lineare

$$\begin{pmatrix} \lambda + 4 & 3 & \lambda + 1 \\ 4 & \lambda & 4 - \lambda \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\lambda \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- 3) Fissato nello spazio un sistema di assi cartesiani ortogonali $\{O; x, y, z\}$,

- a) trovare le coordinate del punto P comune alla retta $r : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

e al piano $\pi : 2x - 3y + z - 6 = 0$;

- b) trovare le coordinate dei punti di r che distano $\sqrt{14}$ da π ;

- c) scrivere una rappresentazione cartesiana della retta del piano π incidente r e ad essa ortogonale.