

## Ingegneria Meccanica

Esame del 9 – 1 – 2009

(Parte di Geometria)

Risolvere i seguenti esercizi, per ogni risposta fornire esaurienti spiegazioni.

1) Fissato nello spazio un sistema di assi cartesiani ortogonali  $\{O; x, y, z\}$ , trovare il raggio  $r$  della circonferenza intersezione delle sfere

$$S_1 : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 4z - 2 = 0 \quad \text{e} \quad S_2 : x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 3y - 2z = 0.$$

Scrivere, se è possibile, l'equazione di una sfera tangente a  $S_1$  in  $P(1, 0, -1)$  ed avente il centro sul piano  $\alpha : 2x + 3y - z + 5 = 0$ .

2) Scrivere un polinomio  $P(X) \in \mathbb{R}[X]$  di grado minimo avente fra le radici  $2 + i$  e  $3$  con molteplicità  $2$  e  $1$  rispettivamente e tale che  $P(i) = 32$ .

3) Dire se la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{R})$  è diagonalizzabile;

scrivere una base di  $\mathbb{R}^4$  contenente il massimo numero di autovettori di  $A$ .