Geometria **Ingegneria Meccanica** **Esame del** $10-1-2012$

Risolvere i seguenti esercizi, per ogni risposta fornire esaurienti spiegazioni.

1) Fissato nello spazio un sistema di assi cartesiani ortogonali $\{O; x, y, z\}$, scrivere:
a) l'equazione cartesiana del piano per $P(3,1,1)$, parallelo ad $r : \begin{cases} x+y-z=0 \\ 2x-y-z-3=0 \end{cases}$
e ortogonale a $\pi : x+2y-z+1=0$;
b) l'equazione cartesiana del piano contenente r e P.
c) Trovare le coordinate dei punti di r che distano 3 da P.
(10 punti)

2) Siano:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Dire se esiste e in caso affermativo trovare $X \in M_3(\mathbb{R})$ tale che

$$A^2\, X - B\, C\, X - A = 0;$$

b) Dire se $D = (A - {}^tA)$ è diagonalizzabile, come matrice reale, e scrivere una base di $\mathbb{R}^3$ contenente il massimo numero di autovettori di D.
(10 punti)

3) Fissata la base ortonormale $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ nello spazio V_3 dei vettori geometrici, trovare:
a) la dimensione ed una base di

$$V = L(\vec{i}+\vec{j}, \vec{j}+2\vec{k}, \vec{i}-\vec{j}-4\vec{k});$$

b) i vettori di V di modulo 9 e ortogonali a $\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$.
(7 punti)

4) Trovare i numeri $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$e^{iz} + 4e^{-iz} + 4 = 0.$$

(3 punti)