Geometria **Ingegneria Navale** **Esame del** $10-1-2012$

Risolvere i seguenti esercizi, per ogni risposta fornire esaurienti spiegazioni.

1) Fissato nello spazio un sistema di assi cartesiani ortogonali $\{O; x, y, z\}$,
a) trovare le coordinate del punto P' proiezione ortogonale di $P(1,1,2)$ sul piano $\pi : 2x + y - 3z - 1 = 0$;
b) scrivere una rappresentazione cartesiana della retta per P parallela a π e ortogonale ad $s : \frac{x-1}{2} = -y = z - 2$;
c) scrivere l'equazione cartesiana del piano per s e ortogonale a π.
(10 punti)

2) a) Provare che il sottoinsieme W dei vettori di $\mathbb{R}^4$ ortogonali sia a $(1,2,-1,1)$ che a $(1,1,1,1)$ è sottospazio di $\mathbb{R}^4$ e trovarne la dimensione ed una base B;
b) scrivere un sistema di generatori di W che non sia base; completare B ad una base di $\mathbb{R}^4$;
c) scrivere una base ortonormale di W.
(10 punti)

3) Trovare e rappresentare nel piano di Argand-Gauss le radici terze di

$$\alpha = -\frac{(1-i)^{79}}{(1+i\sqrt{3})^{36}}.$$

(7 punti)

4) Dire per quali $k \in \mathbb{R}$ la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & k^2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile.
(3 punti)