Geometria **Ingegneria Navale** **Esame del** $7-2-2012$

Risolvere i seguenti esercizi, per ogni risposta fornire esaurienti spiegazioni.

1) Fissato nello spazio un sistema di assi cartesiani ortogonali $\{O; x, y, z\}$,
a) dire se le rette $r : \begin{cases} x = 2+t \\ y = -1+t \\ z = -1-2t \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x = 2-2t \\ y = 2-t \\ z = 1+t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ sono complanari;
b) trovare la proiezione ortogonale di $P(3,2,3)$ su r e scrivere una rappresentazione cartesiana della retta per P e ortogonale sia a r che a s;
c) scrivere una rappresentazione cartesiana della sfera di raggio minimo tangente sia a r che a s.
(10 punti)

2) Fissata la base ortonormale $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ nello spazio V_3 dei vettori geometrici,
a) determinare la base $B = \{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ di V_3 rispetto alla quale $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ hanno rispettivamente le coordinate $(1,1,1)$, $(0,1,1)$, $(0,0,1)$ e trovare le coordinate di $\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ rispetto a B;
b) scrivere una base e un sistema di generatori non base del sottospazio W dei vettori di V_3 ortogonali a $\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$.
(7 punti)

3) Discutere e, quando è possibile, risolvere al variare di $k \in \mathbb{R}$ il sistema

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & k & -1 \\ 1 & (k+1) & k & -k \\ 1 & 3 & 2 & -k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ k+1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

(10 punti)

4) Siano $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Dire se esiste e, in caso affermativo, trovare $X \in M_2(\mathbb{R})$ tale che $A\,B\,X = A\,B - A$.
(3 punti)