

**Esercizio 1A.** Dato il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left( \frac{4x}{\sqrt{4x^2 + y^2 - 1}} - \frac{1}{1 + x^2}, \frac{y}{\sqrt{4x^2 + y^2 - 1}} + \frac{2y}{1 + y^2} \right)$$

- 1) Rappresentare l'insieme di definizione  $I$  di  $F$  e specificare se è semplicemente connesso.
- 2) Verificare se  $F$  è conservativo in  $I$  e, in caso affermativo, trovare un potenziale di  $F$  in  $I$ .
- 3) Data la curva  $\gamma$  di rappresentazione parametrica  $r(t) = (-4 + \cos t, \sin t)$ , con  $t \in [0, \pi]$ , verificare se la curva è regolare e calcolare, se esiste,  $\int_{\gamma} F$ .

**Esercizio 1B.** Dato il sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} y_1'(x) = 2y_1(x) + 2y_2(x) \\ y_2'(x) = 2y_1(x) - y_2(x) \end{cases}$$

Trovarne tutte le soluzioni.

**Esercizio 2.** Si considerino il seguente dominio piano

$$A = \{(x, z) \in \mathbb{R}^2 : x \geq -\frac{1}{4} + z^2, x^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0\}$$

ed il solido  $V$ , ottenuto dalla rotazione completa di  $A$  attorno all'asse  $x$ .

- a) Calcolare, se esiste,  $\iiint_V x \, dx \, dy \, dz$
- b) Calcolare il volume del solido  $V$
- c) Scrivere una parametrizzazione di  $S$ , frontiera di  $V$
- d) Calcolare il versore normale ad  $S$  nel punto  $P_o = \left(\frac{7}{4}, 1, 1\right)$  e stabilire se è diretto verso l'interno o l'esterno di  $S$
- e) Sia ora  $T = S \cap \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0\}$ .

Calcolare il flusso del rotore del campo  $\underline{F}(x, y, z) = y^2 \underline{i} + (x + yz^2) \underline{j} - y \underline{k}$  attraverso  $T$ .