Analisi matematica 2 – civili e ambientali

Esame scritto – 27 giugno 2006

N.B. Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1. Sia $f(x) = \int_1^x g(t)\,dt$ con

$$g(t) := \begin{cases} \dfrac{t - \sin t}{t^2 \log(1+t)} & \text{se } t < 1, \\ \log t / t & \text{se } t \geq 1. \end{cases}$$

a) Determinare l'insieme di definizione di g e l'insieme di definizione di f.

b) Calcolare, se esiste, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

c) Dove esiste, calcolare $f'(x)$.

d) Studiare il segno di f' e disegnare il grafico di f.

Analisi matematica 2 – civili e ambientali

Esame scritto – 27 giugno 2006

Esercizio 2. Sia

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{|x|\sin(xy)}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

a) Studiare la continuità di f.

b) Calcolare, se esistono, le derivate parziali di f in $(0,0)$.

c) Calcolare, se esistono, $(\partial f/\partial x)(x,y), (\partial f/\partial y)(x,y)$ nei punti $(x,y) \neq (0,y)$.

d) Studiare la differenziabilità di f in $(0,0)$.

Analisi matematica 2 – civili e ambientali

Esame scritto – 27 giugno 2006

Esercizio 3. Data la famiglia di equazioni differenziali ($\alpha \in \mathbb{R}$)

$$y''(x) + 2y'(x) + 2\alpha y(x) = e^{-x}$$

a) determinare gli eventuali valori del parametro α per i quali tutte le soluzioni dell'equazione sono limitate in $[0, +\infty)$.
b) Sia ora $\alpha = 1$; calcolare l'integrale generale dell'equazione.