

**ANALISI MATEMATICA 3**  
**Corso di Studio in Ingegneria Navale**

**Esercizio 1.** Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y) = \left( \frac{xy}{\sqrt{x^2y-1}} + \frac{2x}{1+x^2}, \frac{kx^2}{\sqrt{x^2y-1}} \right)$$

- 1) Disegnare l'insieme di definizione  $\mathbf{I}$  di  $\mathbf{F}$  e specificare se  $\mathbf{I}$  è semplicemente connesso.
- 2) Determinare i valori del parametro reale  $k$ , se esistono, in modo che  $\mathbf{F}$  sia irrotazionale.
- 3) Determinare i valori del parametro reale  $k$ , se esistono, in modo che  $\mathbf{F}$  sia conservativo, e per tali valori di  $k$  trovare un potenziale di  $\mathbf{F}$
- 4) Sia  $k=1$  e sia  $\gamma$  la curva di rappresentazione parametrica  $r_1(t) = (t, 2)$  con  $t \in [1, 2]$ . Verificare se  $\gamma$  è una curva parametrica regolare e se la sua traccia appartiene ad  $\mathbf{I}$ . In caso affermativo calcolare  $\int_{\gamma} \mathbf{F}$

**Esercizio 2.** Sia  $S = \{(x,y,z) : z = 3 - \sqrt{x^2 + y^2}, 0 \leq z \leq 2\}$ .

- 1) Disegnare e parametrizzare la superficie  $S$ .
- 2) Scrivere l'equazione del piano tangente ad  $S$  nel punto  $P_0 = (\sqrt{2}, \sqrt{2}, 1)$
- 3) Calcolare l'area della superficie  $S$
- 4) Calcolare il flusso del campo vettoriale  $\mathbf{F} = (y^2, yz, z)$  attraverso la superficie  $S$  nella direzione e verso della normale esterna.