

**ANALISI MATEMATICA 3**  
**Corso di Studio in Ingegneria Navale**

**Esercizio 1.** Sia  $D = \{(y,z) : y \geq 0, \frac{y^2}{2} \leq z \leq 2y^2, z \leq 2\}$ .

- 1) Calcolare l'area di  $D$ .
- 2) Calcolare il baricentro del solido  $V$  ottenuto dalla rotazione completa di  $D$  attorno all'asse  $z$ .
- 3) Calcolare l'area della superficie  $S$  t.c.  $S = V \cap \{(x,y,z) : z = 2(x^2 + y^2)\}$

**Esercizio 2.** Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y) = \left( \frac{2(x-1)}{x^2 + y^2 - 2x + 1}, \frac{k y}{x^2 + y^2 - 2x + 1} \right) \quad \text{con } k \in \mathbf{R}$$

- 1) Determinare l'insieme di definizione  $\mathbf{I}$  di  $\mathbf{F}$  e specificare se tale insieme è semplicemente connesso, spiegandone i motivi.
- 2) Verificare al variare del parametro reale  $k$  se  $\mathbf{F}$  è conservativo in  $\mathbf{I}$
- 3) Al variare del parametro reale  $k$  trovare, se esistono, tutti i potenziali di  $\mathbf{F}$  in  $\mathbf{I}$
- 4) Discutere la seguente affermazione:  
"Un campo vettoriale  $F$  irrotazionale è localmente conservativo"