

ANALISI MATEMATICA 3
Corso di Studio in Ingegneria Navale

Esercizio 1. Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y) = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2 y^2 - 1}}, y^2 + \frac{y}{\sqrt{x^2 + a^2 y^2 - 1}} \right)$$

- 1) Disegnare l'insieme di definizione \mathbf{I} di \mathbf{F} al variare del parametro reale $a \geq 0$ e specificare se \mathbf{I} è semplicemente connesso.
- 2) Al variare di $a \geq 0$, verificare se \mathbf{F} è irrotazionale.
- 3) Se $a = 1$ verificare se \mathbf{F} è conservativo e in caso affermativo determinarne un potenziale.
- 4) Per $a = 0$ e per $a = 1$, calcolare $\int_{\gamma} \mathbf{F}$

essendo γ la curva di equazioni parametriche $\mathbf{r}(t) = (2 \cos t, 2 \sin t)$, $t \in [0, \pi/2]$

Esercizio 2. Sia $V = \{(x,y,z) : x^2 + y^2 - y \leq 0, 0 \leq z \leq 2 - x^2 - y^2\}$.

- 1) Disegnare l'intersezione di V con il piano $x = 0$ e la proiezione T di V sul piano $z = 0$.
- 2) Disegnare V e descrivere V in coordinate cilindriche.
- 3) Parametrizzare la superficie S , essendo S la parte della frontiera di V tale che $z = 2 - x^2 - y^2$ e determinare la normale esterna \mathbf{N} nel punto $P_0 = (0,1,1)$
- 4) Calcolare il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F} = (y, -x, 2)$ attraverso la superficie S nella direzione e verso della normale esterna.