

ANALISI MATEMATICA 3
Corso di Studio in Ingegneria Navale

Esercizio 1. Sia $V = \{(x,y,z) : y+2 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\}$.

- 1) Disegnare l'intersezione V_0 di V con il piano $x = 0$ e la proiezione T di V sul piano $z = 0$.
- 2) Disegnare V e descrivere V in coordinate cilindriche.
- 3) Calcolare, applicando il teorema della divergenza, il flusso del campo $F = (x, 3y+z, 4z)$ uscente dalla superficie S contorno di V
- 4) Parametrizzare la superficie Σ , essendo $\Sigma = \{(x,y,z) \in V : z = 4 - x^2 - y^2\}$.

Esercizio 2. Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y) = \left(\frac{-2y}{x^2 + 4y^2}, \frac{kx}{x^2 + 4y^2} \right)$$

- 1) Determinare l'insieme di definizione \mathbf{I} di \mathbf{F} e verificare al variare del parametro reale k se \mathbf{F} è irrotazionale in \mathbf{I}
- 2) Verificare al variare del parametro reale k se \mathbf{F} è conservativo in \mathbf{I}
- 3) Al variare del parametro reale k trovare, se esiste, un potenziale di \mathbf{F} in $\mathbf{A} = \{(x,y) : y > 0\}$
- 4) Dato l'insieme $\mathbf{B} = \{(x,y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ è vero che, per $k=2$, si ha $\int_{+\partial\mathbf{B}} \mathbf{F} = 0$, essendo $+\partial\mathbf{B}$ la frontiera orientata di \mathbf{B} ?