

**ANALISI MATEMATICA 3**  
**Corso di Studio in Ingegneria Navale**

**Esercizio 1.** Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y) = \left(x^2 + \frac{x}{x+y+k}\right) \mathbf{i} + \left(2y + \frac{y}{x+y+k}\right) \mathbf{j}$$

- 1) Determinare l'insieme di definizione I del campo  $\mathbf{F}$  al variare del parametro reale  $k$ .
- 2) Verificare se il campo  $\mathbf{F}$  è irrotazionale.
- 3) Se  $k = -1$ , verificare se il campo  $\mathbf{F}$  è conservativo e in caso affermativo calcolarne un potenziale.

4) Se  $k = -1$ , calcolare  $\int_C F$

dove  $C$  è la curva di equazioni parametriche  $x(t) = t$ ,  $y(t) = t^2 - 4$  con  $t \in [2,3]$ .

**Esercizio 2.** Sia  $S = \{(x,y,z) : x^2 + y^2 = 4, x \geq 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq 3\}$ .

- 1) Disegnare la superficie  $S$  e determinarne una rappresentazione parametrica.
- 2) Determinare l'equazione del piano tangente ad  $S$  nel punto  $P_0 = (\sqrt{2}, \sqrt{2}, 1)$ .

3) Calcolare  $\iint_S xyz \, d\sigma$ .